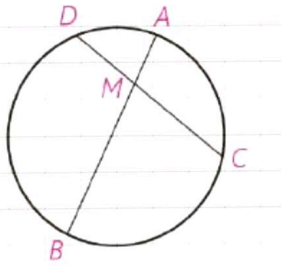
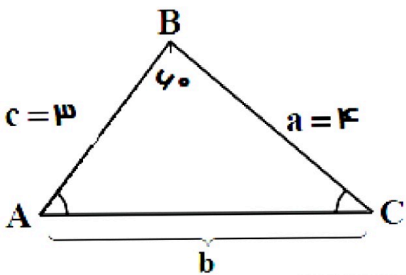
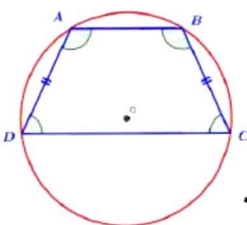
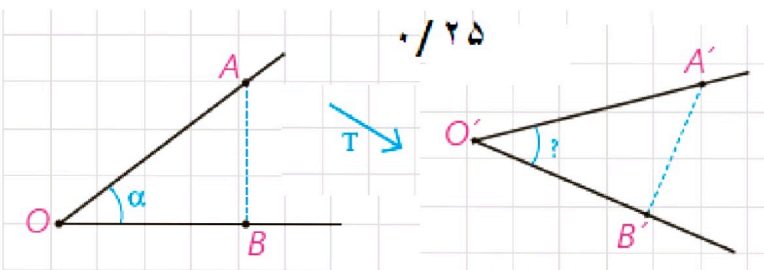
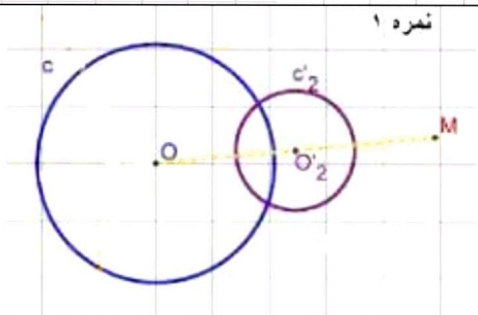
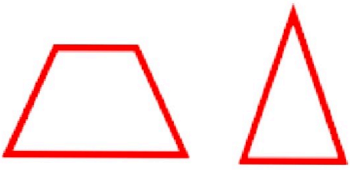
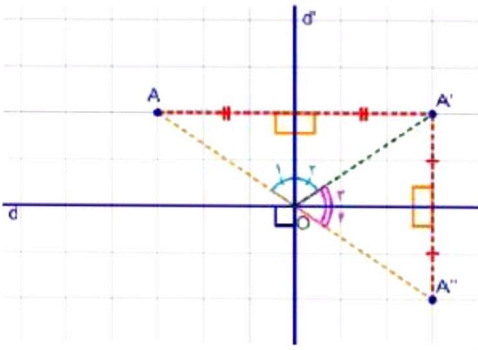


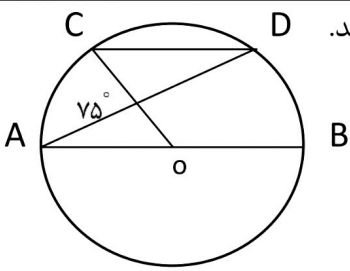
ردیف	سؤالات صفحه ۱	نمره
۱	جواب صحیح را انتخاب نمایید. زاویه ----- زاویه است که یک راس آن بر روی دایره و اضلاع آن مماس و وتر دایره است. الف) مرکزی ب) محاطی ج) ظلّی د) دایره ای	۰/۵
۲	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. الف) تبدیلی که طول پاره خط را حفظ می کند ----- نام دارد. ب) در هر مثلث قائم الزاویه نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبرو به آن ضلع برابر است با اندازه ----- دایره محیطی مثلث.	۱
۳	سه مورد از ویژگی های تبدیل بازتاب را بنویسید.	۱/۵
۴	دو دایره به شعاع های ۹ و ۴ مفروضند. اگر اندازه ی مماس مشترک خارجی آن ها ۱۲ باشد، طول خط المרכזین این دو دایره را به دست آورید.	۱/۵
۵	ثابت کنید دوزنقه اگر متساوی الساقین باشد، آنگاه محاطی است.	۱/۵
۶	در دایره مقابل $AB = 11$, $MC = 6$, $DM = 3$ باشد اندازه AM کدام است؟ 	۱/۵
۷	نشان دهید در هر تبدیل طولیا، اندازه زاویه حفظ می شود.	۱
۸	دایره $C(O,R)$ و نقطه M خارج از این دایره مفروض است. مجانس این دایره نسبت به نقطه M و $k = \frac{1}{2}$ را رسم نمایید.	۱

ردیف	سؤالات صفحه ۲	نمره
۹	شکلی را رسم نمایید که خط بازتاب داشته باشد اما مرکز تقارن نداشته باشد.	۱
۱۰	نشان دهید اگر شکلی دو خط بازتاب عمود بر هم داشته باشد، محل تلاقی این دو خط مرکز تقارن شکل است.	۱
۱۱	تعداد تبدیل های تقارنی را در هر شکل مشخص نمایید. (الف) پاره خط (ب) دایره	۱
۱۲	در مثلث ABC اندازه $BC = 10$ و $A = 120^\circ$ درجه و $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$ می باشد. اندازه سایر زوایه های این مثلث کدام است؟	۲
۱۳	مقدار b را در شکل مقابل تعیین نمایید. 	۱/۵
۱۴	در مثلث ABC اندازه $AB = 7$, $AC = 5$, $BC = 8$ است. (الف) طول دو قطعه ای را که نیمساز زاویه B روی ضلع مقابل ایجاد می کند بدست آورید. (ب) طول نیمساز زاویه B را تعیین نمایید.	۲/۵
۱۵	مساحت مثلث ABC با اندازه $AB = 7$, $AC = 5$, $BC = 8$ را به کمک قضیه هرون بدست آورید.	۱/۵
	جمع نمره	۲۰

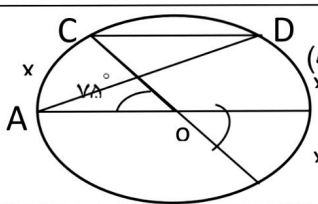
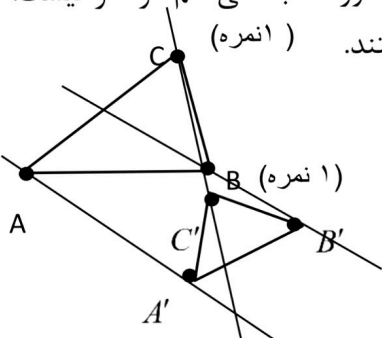
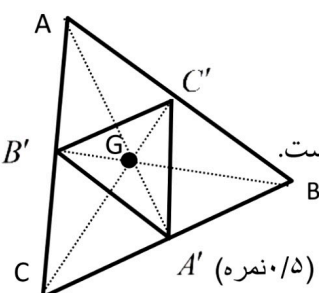
شماره دانش آموزی:	بسمه تعالی پاسخ نامه سوالات هندسه یازدهم ریاضی	نام : نام خانوادگی : دبیرستان :
بارم	استفاده از ماشین حساب مجاز است	ردیف
۰/۵	زاویه ظلّی زاویه است که یک راس آن بر روی دایره و اضلاع آن مماس و وتر دایره است. ۰/۵	۱
۱	الف) طولیا (ایزومتري) ۰/۵ ب) قطر دایره محیطی ۰/۵	۲
۱/۵	۱) بازتاب شیب خط را حفظ نمی کند. ۰/۵ ۲) بازتاب طولیا است. ۰/۵ ۳) بازتاب جهت شکل را حفظ نمی کند. ۰/۵	۳
۱/۵	$TT'^2 = d^2 - (R - R')^2 \xrightarrow{0/5} 144 = d^2 - (9 - 4)^2 \xrightarrow{0/5} d = 13 \quad (0/5)$ چون طول خط‌المركزين برابر با مجموع دو شعاع است بنابراین دو دایره مماس بیرون هستند.	۴
۱/۵	 دوزنقه در حالت کلی محاطی نیست زیرا زوایای مقابل آن مکمل نیستند. اما اگر دوزنقه متساوی الساقین باشد داریم: $\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{C} = \hat{B}} \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A} = \hat{B}} \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0/5 \\ \text{دوزنقه } ABCD \text{ محاطی است} \\ 0/5 \end{array}$	۵
۱/۵	$DMMC = AM \cdot BM \xrightarrow{AM=x} 3 \times 6 = x(11-x) \Rightarrow x^2 - 11x + 18 = 0$ باتوجه به شکل غ ق ق ۹ ، x = ۲	۶

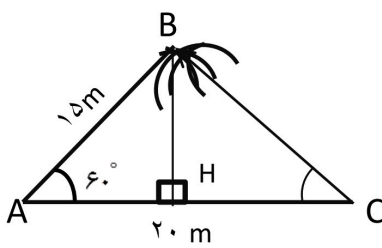
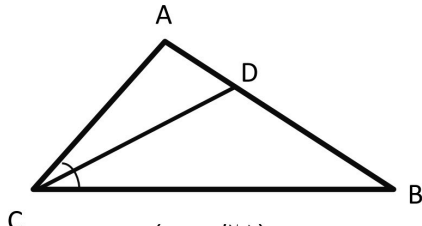
۷	فرض شود T تبدیلی طولیا است و داریم $T(A) = A'$, $T(B) = B'$, $T(O) = O'$ $\cdot/25$ چون تبدیل طولیا است لذا دو مثلث OAB , $O'A'B'$ بنا به حالت ۳ ضلع هم نهشت است و این ثابت می کند زاویه ها با هم برابر است. $\cdot/5$ 
۸	نمره ۱ 
۹	مثلث و دوزنقه متساوی الساقین خط بازتاب دارند اما مرکز تقارن ندارند. ۱ نمره 
۱۰	فرض شود d , d' دو خط بازتاب عمود بر هم هستند. نقطه A یک نقطه دلخواه از شکل است. $\left. \begin{array}{l} S(A) = A' \rightarrow O_1 = O_2 \\ S(A') = A'' \rightarrow O_3 = O_4 \end{array} \right\} \rightarrow AOA'' = O_1 + O_2 + O_3 + O_4 = 2(O_2 + O_3) \rightarrow AOA'' = 180(1) \quad 0/5$ $\left. \begin{array}{l} S(A) = A' \rightarrow OA = OA' \\ S(A') = A'' \rightarrow OA' = OA'' \end{array} \right\} \rightarrow OA = OA''(2) \quad 0/5$ از (۱) و (۲) نتیجه می شود نقطه O مرکز دوران به زاویه 180 است. 

۱	الف) پاره خط دو تقارن دورانی دارد و یک تقارن بازتابی ۰/۵ ب) دایره بیشمار تقارن دورانی دارد و بیشمار تقارن بازتابی ۰/۵	۱۱
۲	۰/۵ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{10\sqrt{6}}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin B = \frac{10\sqrt{6}}{20\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ۰/۵ $\Rightarrow B = 45^\circ \text{ یا } 135^\circ, \hat{A} = 120^\circ \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} = 15^\circ$ ۰/۵	۱۲
۱/۵	$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos 60^\circ \xrightarrow{0/5} b^2 = 16 + 9 - 2 \times 12 \times \frac{1}{2} \xrightarrow{0/5} b^2 = 13 \rightarrow b = \sqrt{13} \quad 0/5$	۱۳
۲/۵	۰/۵ $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD} = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{AD+CD}{CD} = \frac{7+8}{8} \Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{15}{8} \Rightarrow$ ۰/۵ $CD = \frac{8 \times 5}{15} = \frac{8}{3}, AD = AC - CD = 5 - \frac{8}{3} = \frac{7}{3}$ ۰/۵ ب) $BD^2 = AB \times BC - AD \times DC \xrightarrow{0/5} BD^2 = 56 - \frac{56}{9} = \frac{448}{9} \rightarrow BD = \frac{\sqrt{448}}{3} \quad 0/5$	۱۴
۱/۵	$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \xrightarrow{0/5} 2P = 7 + 8 + 5 = 20 \xrightarrow{0/5} p = 10$ $S = \sqrt{10(3)(2)(5)} = \sqrt{300} \quad 0/5$	۱۵
نمره با عدد نمونه با مروف		

ردیف	سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید . الف : اگر نیمسازهای زاویه های چندضلعی در یک نقطه همرس باشند چندضلعی محیطی است. ☐ ص ☐ غ ب: تبدیل هایی که طول پاره خط را حفظ نمی کنند تبدیل های طولپا نامیده می شوند. ☐ ص ☐ غ ج: تجانس اندازه زاویه را حفظ می کند. ☐ ص ☐ غ د: منظور از روابط طولی رابطه هایی است که فقط در مورد پاره خط بحث می کند. ☐ ص ☐ غ	۲
۲	A : در کدامیک از حالت های زیر اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند. الف : انتقال ☐ ب: بازتاب ☐ ج: دوران ☐ د: همه موارد ☐ B: در کدامیک از زاویه های زیر فقط یک ضلع داخل دایره قرار می گیرد. الف : مرکزی ☐ ب : ظلی ☐ ج : محاطی ☐ د: محیطی ☐	۱
۳	جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید. الف : زاویه ای که راس آن روی دایره و اضلاع آن شامل دو وتر دایره باشد را زاویه می نامیم. ب: برخی از تبدیل ها هر نقطه صفحه رابه خود آن صفحه نظیر می کنند که به آنها تبدیل می گوئیم. ج: در هر مثلث قایم الزاویه نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبرو به آن ضلع برابر است با اندازه دایره محیطی مثلث. د: در هر بازتاب تبدیل یافته یک مثلث ، یک مثلث است که با مثلث اولیه است.	۲
۴	حرف مربوط به عبارت درست از سمت چپ را در جای خالی سمت راست بنویسید. (.....) الف: چندضلعی منتظم a: مربع (.....) ب : شیب خط را حفظ می کند. c: بازتاب d: تجانس b: مثلث قایم الزاویه	۱
۵	در دایره رسم شده شکل مقابل $CD \parallel AB$ ، اندازه کمان CD را بدست آورید. 	۱
۶	ثابت کنید یک دوزنقه ، محاطی است ، اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد.	۲

ردیف	سوالات	بارم
۷	باتوجه به ویژگی های تجانس و به کمک مثال نقض نشان دهید دو شکل متشابه ، الزاما متجانس نیستند.	۲
۸	فرض کنید G محل برخورد میانه های مثلث ABC (مرکز ثقل آن) باشد و مثلث $A'B'C'$ مجانس مثلث ABC در تجانس به مرکز G و نسبت $K = -\frac{1}{3}$ باشد. الف : جایگاه راس هاس A', B', C' نسبت به مثلث ABC کجاست؟ ب: مساحت مثلث $A'B'C'$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟	۲
۹	در مثلث ABC ، $BC = 10\text{ cm}$ و $\hat{A} = 120^\circ$ و $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$ مقدار شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زوایای $\hat{C}, \hat{B}$ را بدست آورید.	۲
۱۰	یک درخت کج از نقطه A روی زمین ، که در فاصله ۱۵ متری از نوک درخت است به زاویه 60° دیده می شود. اگر فاصله A تا پای درخت ۲۰ متر باشد ، مطلوب است : الف : طول درخت ب: زاویه ای که درخت با سطح زمین می سازد. ج: فاصله نوک درخت از زمین	۲
۱۱	در مثلث ABC ، $AB = 7, AC = 4, BC = 10$ است. طول نیمساز زاویه داخلی C را بدست آورید.	۱
۱۲	به کمک قضیه کسینوس ها ثابت کنید در مثلث ABC: الف : $\hat{A} > 90^\circ$ اگر و تنها اگر $a^2 > b^2 + c^2$ ب: $\hat{A} = 90^\circ$ اگر و تنها اگر $a^2 = b^2 + c^2$	۲
۱۱	« توکل بر خدا کلید هر موفقیت است.»	

ردیف	جواب	بارم
۱	الف : صحیح (۵/۰نمره) ب: غلط (۵/۰نمره) ج: صحیح (۵/۰نمره) د : غلط (۵/۰نمره)	۲
۲	A : همه موارد (۵/۰نمره) B: ظلی (۵/۰نمره)	۱
۳	الف : محاطی (۵/۰نمره) ب: همانی (۵/۰نمره) ج : قطر (۵/۰نمره) د: همنهشت (۵/۰نمره)	۲
۴	الف : a (۵/۰نمره) ب: d (۵/۰نمره)	۱
۵	 $75^\circ = \frac{(x+x)+x}{2} \Rightarrow 150^\circ = 3x \Rightarrow x = 50^\circ \quad (5/0 \text{ نمره})$ $CD = 180^\circ - 2x = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \quad (25/0 \text{ نمره})$	۱
۶	فرض : دوزنقه متساوی الساقین است. حکم : دوزنقه محاطی است. (۲۵/۰نمره) $\left. \begin{aligned} \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ &\xrightarrow{\hat{C}=\hat{D}} \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ &\xrightarrow{\hat{A}=\hat{B}} \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{دوزنقه } ABCD \text{ محاطی است} \quad (5/0 \text{ نمره})$ فرض : دوزنقه محاطی است. حکم : دوزنقه متساوی الساقین است (۲۵/۰نمره) زاویه های مکمل $\left. \begin{aligned} \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \\ \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} + \hat{D} = \hat{A} + \hat{C} \Rightarrow \hat{D} = \hat{C} \xrightarrow{\text{خطوط موازی}} \hat{A} = \hat{B}$ در این دوزنقه زاویه های مجاور به ساق برابرند در نتیجه دوزنقه متساوی الساقین است (۲۵/۰نمره)	۲
۷	کافی است دو شکل متشابه رسم کنید که وقتی هر نقطه را به تصویرش وصل می کنیم و امتداد می دهیم همرس نشوند. به این ترتیب مرکز تجانس وجود نخواهد داشت و در این صورت تجانسی هم در کار نیست. در شکل مقابل مثلث های ABC و A'B'C' متشابه اند اما متجانس نیستند. (۱نمره) 	۲
۸	الف : A' وسط BC ، B' وسط AC و C' وسط AB قرار دارند. با توجه به خاصیت مرکز ثقل می دانیم که $GA' = \frac{1}{3}GA$ همچنین نقطه G بین A و A' پس نقطه A' مجانس نقطه A به مرکز تجانس G و نسبت $\frac{1}{3}$ است. همین مطلب در مورد نقاط B' و C' نیز صدق می کند. (۱ نمره)  ب: با توجه به ویژگی تجانس مساحت مثلث A'B'C' ، $\frac{1}{4}$ مساحت مثلث ABC است.	۲

بارم	سوالات	ردیف
۲	به کمک قضیه سینوس ها می توان نوشت: $\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{10}{\sin 12^\circ} = 2R, \sin 12^\circ = \sin(18^\circ - 6^\circ) = \sin 6^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow 2R = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}}, R = \frac{10\sqrt{3}}{2} \quad (\text{نمره}/25)$ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2R \Rightarrow \frac{10\sqrt{6}}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin B = \frac{10\sqrt{6}}{20\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow B = 45^\circ \text{ یا } 135^\circ \hat{=} \pm 32^\circ \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} = 15^\circ \quad (\text{نمره}/5)$	۹
۲	 (نمره/۵) الف: $a^2 = 20^2 + 15^2 - 2 \times 20 \times 15 \times \cos 60^\circ = 400 + 225 - 300 = 325$ $a = 5\sqrt{13} \quad (\text{نمره}/5)$ ب: $\frac{5\sqrt{13}}{\sin 60^\circ} = \frac{15}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{15 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{5\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}} \approx 0.72$ $\Rightarrow \hat{C} \approx 46^\circ \quad (\text{نمره}/5)$ پ: $\sin 60^\circ = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BH}{15} \Rightarrow BH = \frac{15\sqrt{3}}{2} \quad (\text{نمره}/5)$	۱۰
۱	 (نمره/۲۵) $CD^2 = AC \cdot BC - AD \cdot BD$ $\frac{BC}{AC} = \frac{BD}{DA} \Rightarrow \frac{10}{4} = \frac{BD}{2} \Rightarrow \frac{10+4}{4} = \frac{BD+DA}{DA} \Rightarrow \frac{14}{4} = \frac{7}{DA}$ $\Rightarrow DA = \frac{28}{14} = 2 \Rightarrow BD = 7 - 2 = 5 \quad (\text{نمره}/5)$ $CD^2 = 4 \times 10 - 2 \times 5 = 30 \Rightarrow CD = \sqrt{30} \quad (\text{نمره}/25)$	۱۱
۲	الف: $\hat{A} > 90^\circ \Leftrightarrow \cos A < 0 \xrightarrow[\div bc]{\times bc} bc \cdot \cos A < 0 \Leftrightarrow -bc \cdot \cos A > 0$ $\xrightarrow[-(b^2+c^2)]{+(b^2+c^2)} b^2 + c^2 - bc \cdot \cos A > b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 > b^2 + c^2 \quad (\text{نمره}/25)$ ب: $\hat{A} = 90^\circ \Leftrightarrow \cos A = 0 \xrightarrow[\div bc]{\times bc} bc \cdot \cos A = 0 \Leftrightarrow -bc \cdot \cos A = 0$ $\xrightarrow[-(b^2+c^2)]{+(b^2+c^2)} b^2 + c^2 - bc \cdot \cos A = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 \quad (\text{نمره}/25)$ « توکل بر خدا کلید هر موفقیت است.»	۱۲

۱- درست یا نادرست بودن عبارات‌های زیر را مشخص کنید:

(الف) یک چند ضلعی محاطی است اگر و تنها عمود منصف‌های همه ضلع‌های آن در یک نقطه هم راس باشند.

(ب) اگر در یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط $2P$ ، شعاع دایره محاطی برابر با r باشد آن گاه :

$$S = 2rP$$

(ج) یک دوزنقه متساوی الساقین همواره محاطی است.

(د) یک متوازی الاضلاع در حالت کلی همواره محاطی است.

۲- جای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

(الف) اگر نقطه ای مانند B روی دایره $C(O, R)$ باشد فاصله آن تا مرکز دایره --- شعاع دایره است.

(ب) اگر نقطه ای مانند B بیرون دایره $C(O, R)$ باشد فاصله آن تا مرکز دایره --- شعاع دایره است.

(ج) یک چهار ضلعی ---- است اگر و تنها اگر مجموع اندازه های دو ضلع مقابل برابر مجموع اندازه های دو

ضلع مقابل دیگر باشد.

(د) چند ضلعی را ---- گوییم هرگاه تمام ضلها و زاویه های آنها برابر باشند.

۳- گزینه صحیح را انتخاب کنید:

سوال اول) در چند مورد از تبدیلات زیر مساحت شکل حفظ می شود ؟

بازتاب - دوران - تجانس - انتقال

(الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴

سوال دوم) در هر بازتاب نسبت به خط d تبدیل یافته تمام نقاط روی خط ----- است. بنابر این تعداد نقاط

ثابت تبدیل در هر بازتاب ----- است .

(الف) روی خط - صفر (ب) روی خط - یکی (ج) روی خط - بیشمار (د) خارج خط - بیشمار

سوال سوم) در مثلث ABC اگر $A = 120^\circ$ باشد کدام گزینه درست است ؟

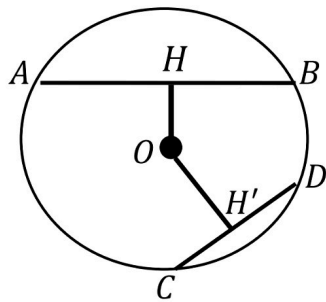
(الف) $a^2 = b^2 + c^2 - bc$ (ب) $a^2 = b^2 + c^2 + bc$

(ج) $a^2 = b^2 + c^2 + \sqrt{3}bc$ (د) $a^2 = b^2 + c^2 - \sqrt{3}bc$

سوال چهارم) در مثلث ABC ، $AB = 3$ و $AC = 5$ و $BC = 7$ با فرض بر اینکه AD نیم ساز زاویه A است

آنگاه BD و AD به ترتیب برابر است با :

(الف) $\frac{15}{8}$ و $\frac{21}{8}$ (ب) $\frac{21}{8}$ و $\frac{35}{8}$ (ج) $\frac{15}{8}$ و $\frac{21}{8}$ (د) $\frac{35}{8}$ و $\frac{15}{8}$

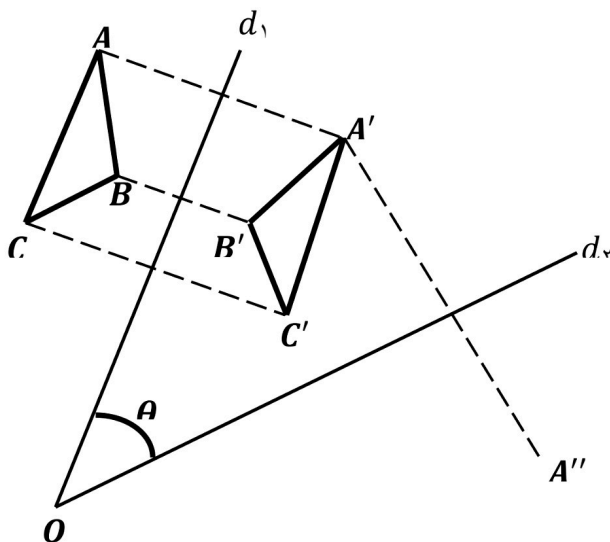


۴- در دایره $C(O, R)$ نشان دهید $AB > CD$ اگر و تنها اگر $OH < OH'$ (OH و OH' فاصله O از دو وتر AB و CD هستند.)

۵- طول خط المرکزین دو دایره مماس درونی ۴ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها 120π سانتی متر مربع است. طول شعاع‌های دو دایره را پیدا کنید.

۶- اگر r_a و r_b و r_c شعاع‌های ۳ دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد نشان دهید:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$



۷- در شکل، دو خط d_1 و d_2 با زاویه θ یکدیگر را قطع کرده اند. مثلث $A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d_1 است. بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط d_2 رسم کنید و آن را $A''B''C''$ بنامید.
الف) نشان دهید $AA'' = 2\theta$
ب) با چه تبدیلی می توان مثلث $A''B''C''$ را تصویر مثلث ABC دانست؟ چه نتیجه‌ای میگیرید؟

۸- درستی یا نادرستی هر عبارت را داخل جدول معلوم کنید.

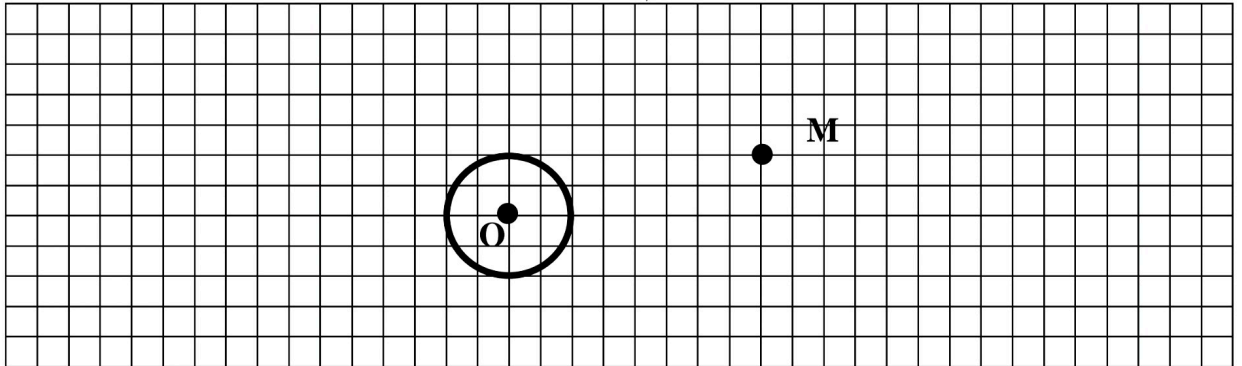
طولیا	اندازه زاویه را حفظ می کند	شیب خط را حفظ می کند
$k > 1$		
$k < -1$		
تجانس		
دوران		

۹- دایره $C(O, R)$ و نقطه M خارج دایره مفروض است. مجانس دایره را نسبت به نقطه M در هر یک از حالات زیر رسم کنید.

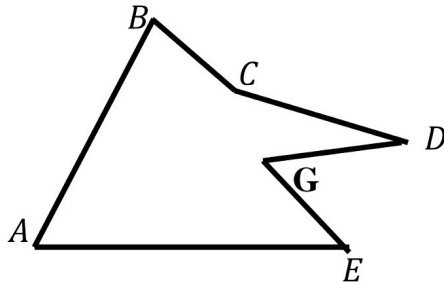
(ج) تجانس $k = -2$

(ب) تجانس $k = \frac{1}{2}$

(الف) تجانس $k = 2$



۱۰- دور زمین مطابق شکل زیر حصار کشی شده است چطور می توان بدون کم و بیش کردن حصارها، مساحت زمین را افزایش داد.



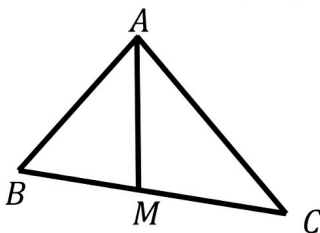
۱۱- سه خط دو به دو ناموازی l و l' و l'' در صفحه مفروضند پاره خطی به طول ۱۰ سانتی متر رسم کنید که دو سر آن روی l و l' و موازی l'' باشد.

۱۲- در مثلث ABC ، $BC = 20$ و $B + C = 120^\circ$ و نیز $AC = \frac{20\sqrt{6}}{3}$

(الف) شعاع دایره محیطی مثلث را بیابید.

(ب) اندازه زوایای B و C پیدا کنید.

۱۳- در مثلث ABC میانه AM را رسم کرده ایم. با استفاده از قضیه کسینوسها درستی تساوی زیر را ثابت کنید:



$$b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2}$$

پاسخنامه ی سفید داده شود. ☒

پاسخ سوالات در روی برگ سوال نوشته شود، نیاز به پاسخنامه ی سفید ندارد. ☐

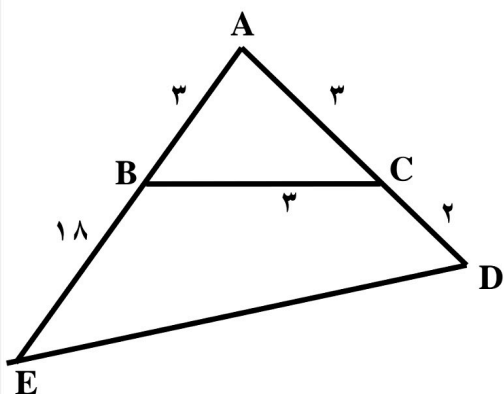
۱۴- با در نظر گرفتن اینکه AB و AC و BC اضلاع مثلث ABC هستند در مورد قائمه یا حاده بودن یا منفرجه بودن راس A ، هر یک از سوالات ستون الف را به یک جواب از ستون ب جور کنید.

ستون ب

حاده
منفرجه
قائم

ستون الف

$AB = 3$ و $AC = 5$ و $BC = 6$
$AB = 8$ و $AC = 15$ و $BC = 17$
$AB = 10$ و $AC = 6$ و $BC = 9$



۱۵- در شکل مقابل :

الف) طول ضلع DE را بدست آورید.ب) مساحت چهار ضلعی $BCDE$ را بیابید.

جمع بارم

پاسخنامه‌ی سفید داده شود. ☒پاسخ سوالات در روی برگ سوال نوشته شود، نیاز به پاسخنامه‌ی سفید ندارد. ☐

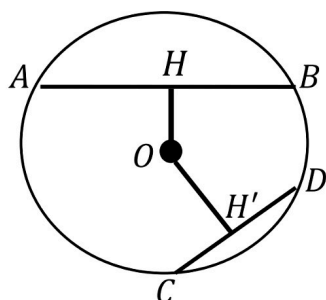
الف) درست ب) نادرست ج) درست د) نادرست

الف) برابر ب) بزرگ‌تر ج) محیطی د) محدب

۳- سوال اول) گزینه ج ۰/۵ نمره سوال دوم) گزینه د ۰/۵ نمره

سوال سوم) گزینه ب ۱ نمره سوال چهارم) گزینه الف ۱ نمره

۴- در دایره $C(O, R)$ نشان دهید $AB > CD$ اگر و تنها اگر $OH < OH'$ (OH و OH' فاصله O از دو وتر AB و CD هستند).



اثبات قضیه:

فرض: $AB > CD$ حکم: $OH < OH'$

$$H = 90^\circ \Rightarrow BH^\vee = R^\vee - OH^\vee \leftarrow \text{رابطه یک}$$

$$\Delta OCH': H' = 90^\circ \Rightarrow CH'^\vee = R^\vee - OH'^\vee \leftarrow \text{رابطه دوم}$$

$$AB > CD \rightarrow \frac{AB}{2} > \frac{CD}{2} \rightarrow BH > CH' \Rightarrow BH^\vee > CH'^\vee \leftarrow \text{رابطه سوم}$$

با بکارگیری رابطه فوق در روابط اول و دوم خواهیم داشت:

$$\Rightarrow R^\vee - OH^\vee > R^\vee - OH'^\vee \Rightarrow OH < OH'$$

۰/۲۵ نمره

اثبات عکس قضیه:

فرض: $OH < OH'$ حکم: $AB > CD$

$$H = 90^\circ \Rightarrow OH^\vee = R^\vee - BH^\vee \leftarrow \text{رابطه چهارم}$$

$$\Delta OCH': H' = 90^\circ \Rightarrow OH'^\vee = R^\vee - CH'^\vee \leftarrow \text{رابطه پنجم}$$

با بکارگیری فرض ($OH < OH'$) در روابط چهارم و پنجم خواهیم داشت:

$$\Rightarrow R^\vee - BH^\vee < R^\vee - CH'^\vee \Rightarrow BH > CH' \rightarrow AB > CD$$

۰/۲۵ نمره

نمره ۰/۲۵

۵- از تعریف دو دایره مماس درونی داریم: $r_1 - r_2 = 4$

مساحت ناحیه محدود:

$$\pi r_1^2 - \pi r_2^2 = 120 \cdot \pi \rightarrow (r_1 - r_2)(r_1 + r_2) = 120 \rightarrow r_1 + r_2 = 30$$

نمره ۰/۲۵

$$r_1 = 17, \quad r_2 = 13$$

نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

$$s = rp \rightarrow \frac{1}{r} = \frac{p}{s} \quad \text{نمره ۰/۲۵}$$

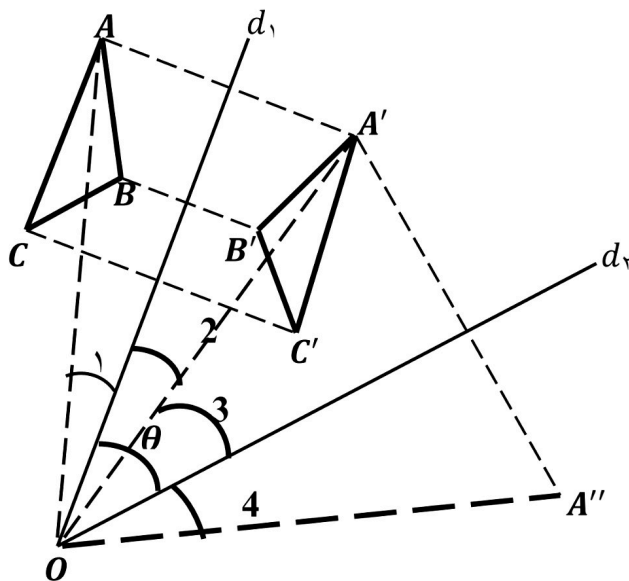
-۶

$$\left. \begin{aligned} r_a &= \frac{s}{p-a} \rightarrow \frac{1}{r_a} = \frac{p-a}{s} \\ r_b &= \frac{s}{p-b} \rightarrow \frac{1}{r_b} = \frac{p-b}{s} \\ r_c &= \frac{s}{p-c} \rightarrow \frac{1}{r_c} = \frac{p-c}{s} \end{aligned} \right\} \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a}{s} + \frac{p-b}{s} + \frac{p-c}{s} = \frac{3p - (a+b+c)}{s} = \frac{p}{s} = \frac{1}{r}$$

نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

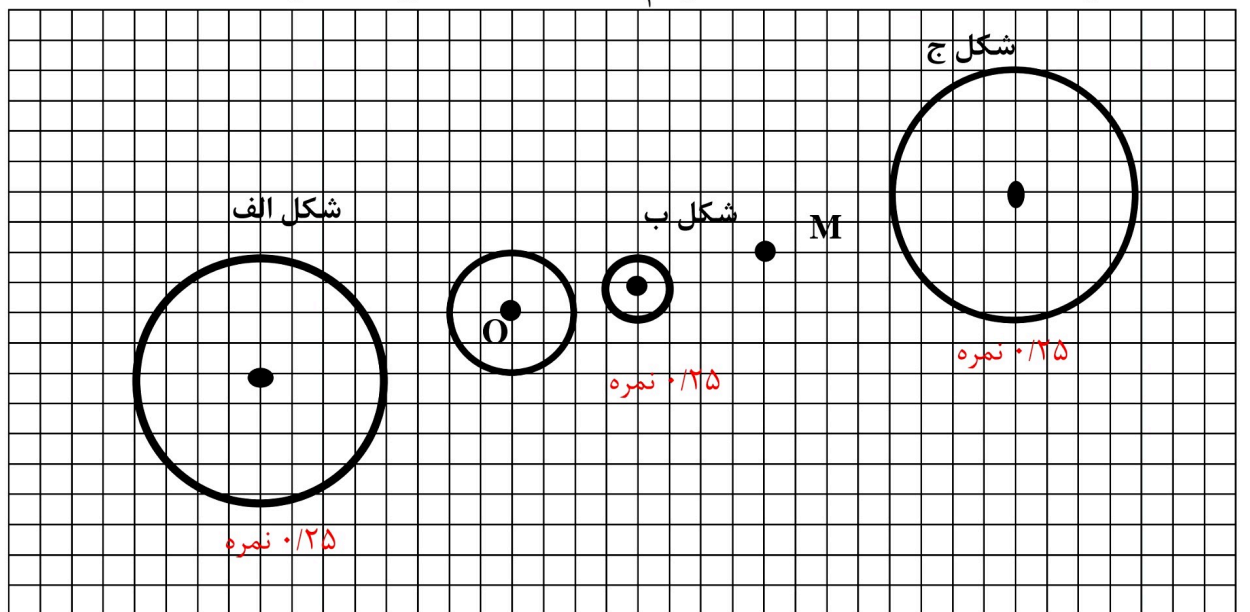
۷- الف) خط d_1 محور بازتاب است پس نیمساز زاویه AOA' است یعنی: $O_1 = O_2$ نمره ۰/۲۵خط d_2 محور بازتاب است پس نیمساز زاویه $A'OA''$ است یعنی: $O_3 = O_4$ نمره ۰/۲۵ب) با دورانی به مرکز O نقطه برخورد دو خط بازتاب d_1 و d_2 و زاویه ای به اندازه دو برابر زاویه بین دو خط(۲ θ)

نمره ۰/۲۵

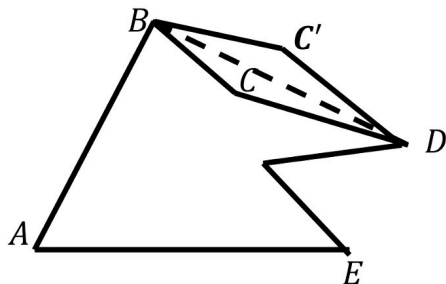
$$AOA'' = O_1 + O_2 + O_3 + O_4 \rightarrow AOA'' = 2O_2$$

نمره ۰/۲۵

شیب خط را حفظ می‌کند	اندازه زاویه را حفظ می‌کند	طولیا		
درست	درست	نادرست	$k > ۱$	تجانس
درست	درست	نادرست	$k < -۱$	
نادرست	درست	درست	دوران	

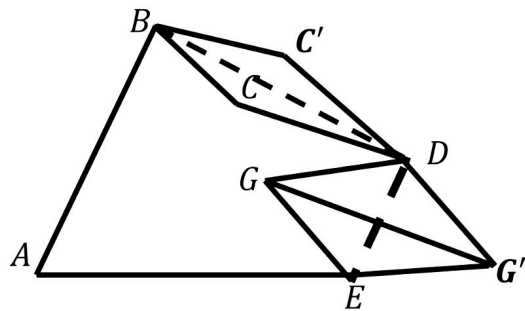
ج) تجانس $k = -2$ ب) تجانس $k = \frac{1}{4}$ الف) تجانس $k = 2$ 

۱۰- ابتدا از B به D وصل کرده و BD را به عنوان محور بازتاب در نظر می گیریم C را نسبت به محور بازتاب قرینه می کنیم تا نقطه C' بدست آید بازتاب اندازه پازه خط را ثابت نگه می دارد بنا بر این حصار افزایش یا کاهش پیدا نمی کند ولی مساحت شکل جدید افزایش می یابد.



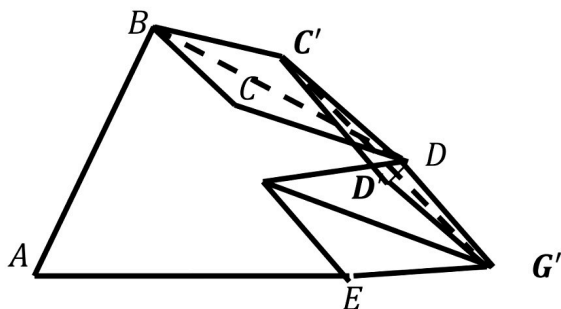
نمره ۰/۲۵

اکنون DE را به عنوان محور بازتاب در نظر می گیریم و بازتاب G را نسبت به محور بازتاب پیدا می کنیم و آن را G' می نامیم.



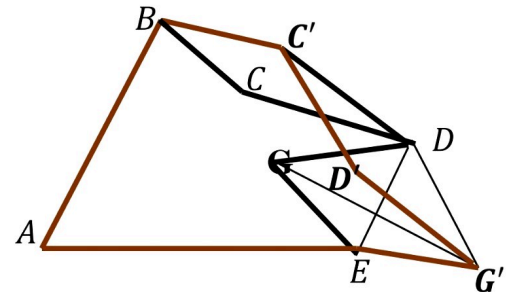
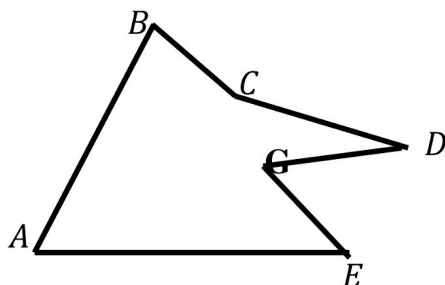
۰/۲۵ نمره

اکنون $C'G'$ را به عنوان محور بازتاب در نظر گرفته و بازتاب D را نسبت به محور بازتاب پیدا می کنیم



۰/۲۵ نمره

مقایسه شکل اول و شکل نهایی :



۰/۲۵ نمره

$$BC = BC', CD = CD'$$

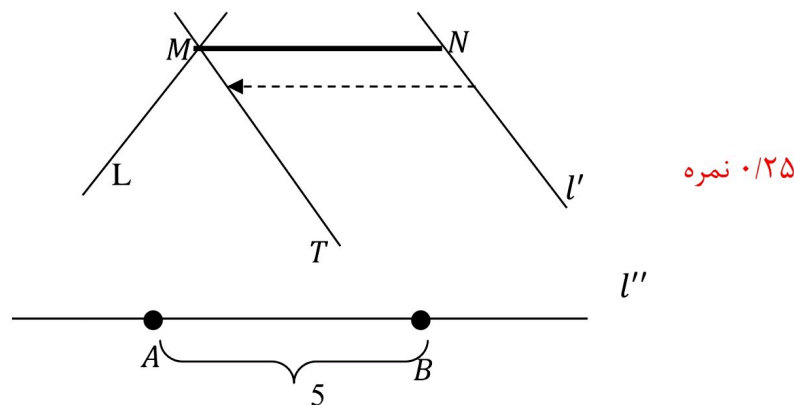
$$GD = G'D, GE = G'E$$

$$C'D = C'D'$$

$$AB = AB, BC' = BC, C'D' = CD, GD = G'D', GE = EG', AE = AE$$

محیط شکل اول و نهایی برابر ولی مساحت افزایش پیدا کرده است.

۱۱- ابتدا روی خط l'' پاره خط دلخواه AB به طول ۵ سانتی متر مشخص می کنیم خط L' را تحت بردار BA انتقال می دهیم تا خط T بدست آید ۰/۲۵ این خط L را در نقطه ای مانند M قطع میکند از نقطه M موازی خط l'' خطی رسم می کنیم تا خط l' را در نقطه N قطع کند ۰/۲۵ پاره خط MN جواب مساله است. ۰/۲۵



۰/۷۵

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{20}{\sin 60^\circ} = 2R \rightarrow R = \frac{20\sqrt{3}}{3} \quad (الف-۱۲)$$

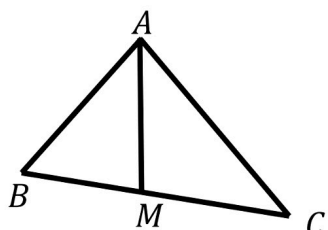
۰/۲۵ نمره ۰/۲۵ نمره ۰/۲۵ نمره ۰/۲۵ (ب)

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2R \rightarrow \frac{b}{\sin B} = \frac{40\sqrt{3}}{3} \rightarrow \sin B = \frac{\frac{20\sqrt{6}}{3} \times 3}{40\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow B = 45^\circ \rightarrow C = 75^\circ$$

۱/۲۵

۰/۲۵ نمره ۰/۲۵ نمره ۰/۲۵ نمره ۰/۲۵ نمره ۰/۲۵

-۱۳



$$\Delta ACM: b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + AM^2 - 2 \times \frac{a}{2} \times m_a \times \cos \alpha \rightarrow b^2 = \frac{a^2}{4} + AM^2 - a \cdot AM \cdot \cos \alpha$$

$$\Delta ABM: c^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + AM^2 - 2 \times \frac{a}{2} \times m_a \times \cos(180^\circ - \alpha) \rightarrow c^2 = \frac{a^2}{4} + AM^2 + a \cdot AM \cdot \cos \alpha$$

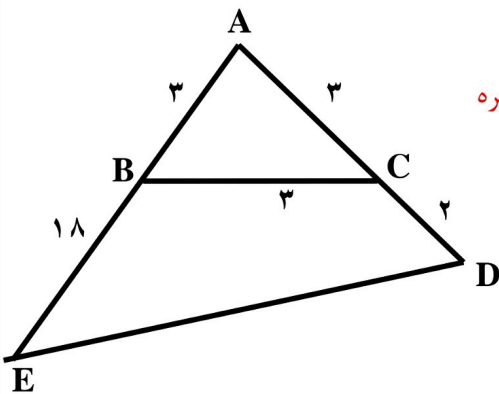
۰/۲۵ نمره

از جمع دو رابطه فوق داریم:

$$b^2 + c^2 = \frac{a^2}{2} + 2 AM^2$$

۰/۲۵ نمره

ستون ب	ستون الف
حاده	$BC = ۶$ و $AC = ۵$ و $AB = ۳$
منفرجه	$BC = ۱۷$ و $AC = ۱۵$ و $AB = ۸$
قائمه	$BC = ۹$ و $AC = ۶$ و $AB = ۱۰$



-۱۵

الف:

نمره ۰/۲۵

با توجه به این که مثلث ABC متساوی الساقین است داریم: $BAC = ۶۰^0$

نمره ۰/۲۵

$$ED^2 = AE^2 + AD^2 - 2 \cdot AE \cdot AD \cdot \cos(۶۰^0)$$

$$ED^2 = ۲۵ + ۴۴۱ - ۲ \times ۵ \times ۲۱ \times \frac{1}{2} = ۴۶۶ - ۱۰۵ = ۳۶۱ \rightarrow ED = ۱۹$$

نمره ۰/۲۵

ب:

$$S_{BCDE} = S_{AED} - S_{ABC} = \frac{1}{2} \times ۲۱ \times ۵ \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times ۳^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times ۹۶$$

نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

جمع بarm

«لطفاً برای راه حل‌های درست دیگر بarm منظور گردد.»