



وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش استان مازندران
معاونت آموزش متوسط



سؤالات آزمون های نهایی سال های ۱۴۰۱ و ۱۴۰۲ (شش دوره)

درس: ریاضی (۳)
رشته: علوم تجربی

اداره آموزش
دوره دوم متوسطه نظری
مازندران

به صورت درس به درس
و همراه با
پاسخنامه تشریحی

با ما در کانال کام نهایی مازندران در شاد همراه باشید:

<http://shad.ir/motnazarimazand>



باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش مازندران

معاونت آموزش متوسطه

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

کانال گام نهایی مازندران (شاد) <http://shad.ir/motnazarimazand>

نام درس: ریاضی ۳

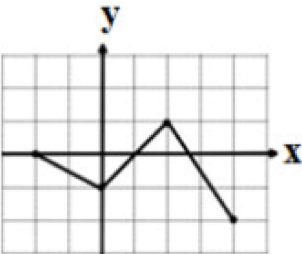
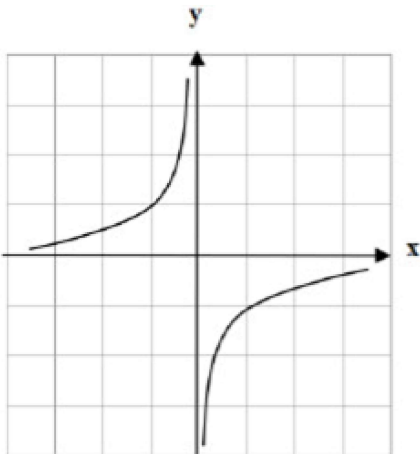
پایه: دوازدهم

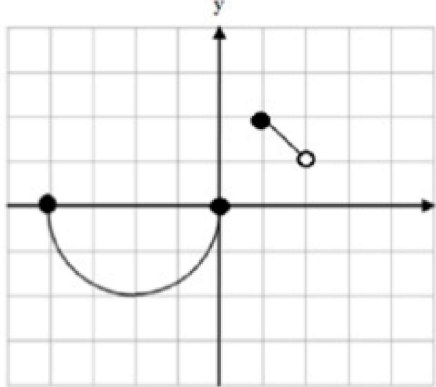
رشته: علوم تجربی

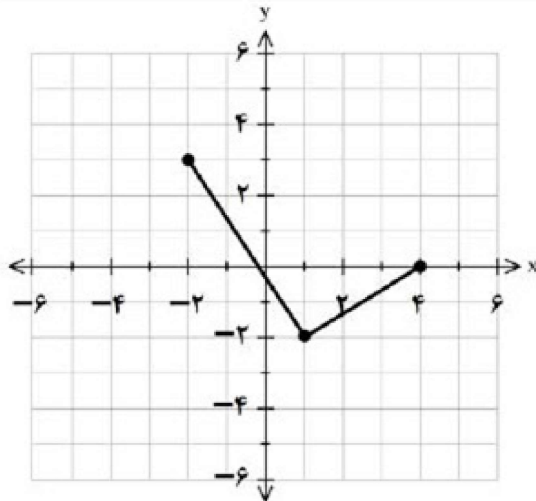
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:

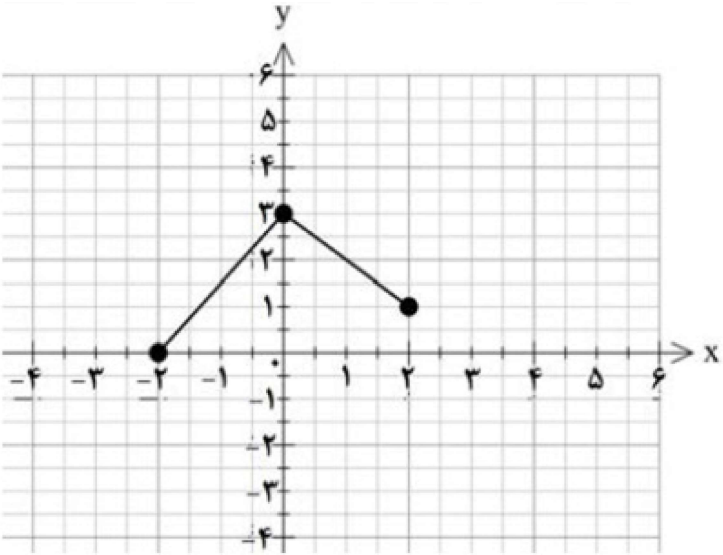
ردیف	لطفأ پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	ریاضی 3 (فصل 1) سوال ۳۶ ضابطه و دامنه تابع وارون تابع مقابل را به دست آورید. $f(x) = -x^2 - 2; x \geq 0$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۲	نمودار تابع f به صورت مقابل است. دامنه و برد تابع $g(x) = 2f(-x)$ را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۳	جای خالی را با عدد مناسب پر کنید. اگر $f(x) = \frac{ x }{1+ x }$، مقدار $f \circ f(1)$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$، از انقباض افقی نمودار تابع $y = f(x)$ به دست می‌آید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۵	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} (x-2)^3 & x \geq 1 \\ -2 & 0 \leq x < 1 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۶	نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{x}{2}\right) + 2$ را رسم کرده و سپس برد تابع $g(x)$ را تعیین کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۷	اگر دامنه تابع $f(x) = x^2 + 4x + 3$ برابر $[-2, +\infty)$ باشد، ضابطه و دامنه تابع وارون را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲	
۸	اگر $f(g(x)) = 4x^2 + 1$ و $f(x) = \frac{x}{2} - 1$، آن گاه ضابطه تابع $g(x)$ را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲	
۹	نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را ابتدا سه واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم، ضابطه تابع جدید را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲	
۱۰	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - تابع $y = \frac{1}{x}$ در دامنه‌اش یکنواست. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲	
۱۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - تابع $y = \sqrt{2x^3 - \pi x} + 1$ یک تابع چندجمله‌ای است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲	
۱۲	با توجه به نمودار تابع مقابل، تعیین کنید: (الف) تابع f در چه بازه‌هایی اکیداً یکنوا است. (ب) آیا تابع در کل دامنه خود اکیداً یکنوا است؟  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲	

۱۳	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.  نمودار تابع $y = f(1-x) + 1$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۴	جای خالی را با عدد مناسب کامل کنید. اگر برد تابع $y = \sqrt{x}$ بازه $[0, 2]$ باشد، برد تابع $y = 2 + \sqrt{x-2}$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۵	اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x-1$، آنگاه: الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) ضابطه تابع fog را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۶	در جای خالی عبارت مناسب را قرار دهید. نقطه $(-2, 4)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ می‌باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y = f(2x)$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۷	در جای خالی عبارت مناسب را قرار دهید. اگر $f(x) = 3 + \sqrt{2x-1}$ باشد، مقدار $(f \circ f^{-1})(5)$ برابر با است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - بی‌شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۹	اگر $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+1} \leq \frac{1}{125}$ باشد، حدود x را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۲۰	نمودار تابع $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ را به کمک انتقال نمودار $f(x) = x^3$ رسم کنید، سپس اکیداً یکنوایی تابع $g(x)$ را در تمام دامنه خود، بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۲۱	اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر $[-1, 3]$ و برد آن $[0, 2]$ باشد، دامنه و برد تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ را بیابید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۲۲	اگر $f(x) = 7 - 4x^2$ و $g(x) = \sqrt{x+3}$ باشد: الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $(g \circ f)(1)$ را محاسبه کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۲۳	اگر $f = \{(0, -1), (5, 9), (3, 7), (-2, 4)\}$ و $g = \{(1, 2), (3, -1), (9, 0), (-1, 4), (7, 7)\}$ ، تابع $g \circ f$ را در صورت وجود بنویسید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۱
۲۴	نمودار تابع f به صورت زیر است:  الف) نمودار تابع $g(x) = 2f(x-1)$ را رسم کنید. ب) دامنه تابع g را به دست آورید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۱
۲۵	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. - ضابطه تابع وارون $y = x^3$ ، برابر است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۱
۲۶	اگر $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{27}\right)$ باشد، حدود x را به دست آورید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۱
۲۷	الف) نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در بازه $[0, 4]$ رسم کنید. ب) به کمک نمودار $f(x)$ نمودار تابع $g(x) = 2f(x-1)$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد g را تعیین کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۱
۲۸	جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. - اگر تابعی در یک فاصله هم صعودی و هم نزولی باشد، تابع در آن فاصله است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۱

۲۹	اگر ورودی ماشین مقابل ۳ باشد، مقدار خروجی آن چقدر است؟ خروجی $\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x} + 1} \Rightarrow 2x - 2 \Rightarrow x$ ورودی سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۰	برد تابع f بازه‌ی $[-3, 1]$ است. برد تابع $y = -2f(3x - 1) + 3$ کدام یک از موارد زیر است؟ ☐ ۱ $[-8, 0]$ ☐ ۲ $[-12, 0]$ ☐ ۳ $[1, 9]$ ☐ ۴ $[-10, 2]$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۱	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. - اگر $f = \{(2, 3), (3, 5)\}$ باشد، حاصل $f^{-1}(3)$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول آن، مخروط نام دارد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - تابع $f(x) = x^3$، تابعی اکیداً صعودی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - تابع $f(x) = \sqrt{2x} - x^2$ یک تابع درجه دوم است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۵	ابتدا نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2x$ را رسم نمایید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۶	نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(x - 1)$ را رسم کرده و دامنه تابع g را تعیین کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

$$y = -x^2 - 2 \xrightarrow{x \geq -1} x = \sqrt{-y-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{-x-2}$$

$$D_{f^{-1}} = (-\infty, -2]$$

$$D_g = [0, 5], R_g = [-2, 6]$$

۱

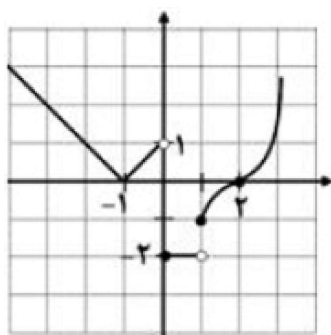
۲

$\frac{1}{3}$

۳

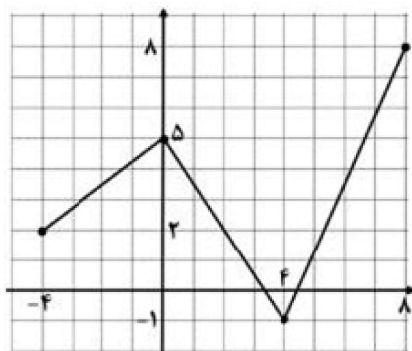
نادرست

۴



اکیدا صعودی $[1, +\infty)$ و $[-1, 0)$
اکیدا نزولی $(-\infty, -1]$

۵



$$R = [-1, 8]$$

۶

$$f(x) = (x+2)^2 - 1 \Rightarrow y+1 = (x+2)^2 \xrightarrow{x \geq -2} \sqrt{y+1} = x+2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 2$$

$$\Rightarrow D_{f^{-1}} = [-1, +\infty)$$

۷

$$f(g(x)) = \frac{g(x)}{2} - 1 \Rightarrow \frac{g(x)}{2} - 1 = 2x^2 + 1$$

$$g(x) = 4x^2 + 4$$

۸

$$y = 2\sqrt{x-3}$$

۹

نادرست

۱۰

درست

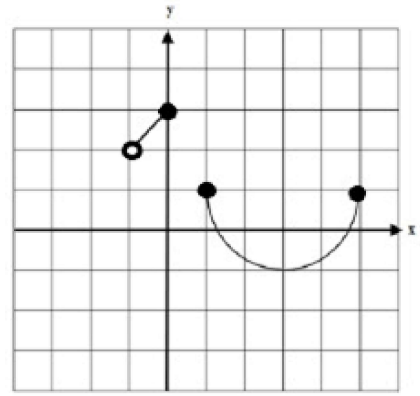
۱۱

الف) $(0, +\infty)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی) و $(-\infty, 0)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)

۱۲

ب) خیر، در کل دامنه اکیداً یکنوا نیست.

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران



۱۳

۱۴ [۲, ۴]

۱۵

الف) $D_{\text{fog}} = \{x \in \mathbb{R} | x - 1 \geq -1\} = [0, +\infty)$

ب) $f(g(x)) = \sqrt{x - 1 + 1} = \sqrt{x}$

۱۶ (-۱, ۴)

۱۷ ۵

۱۸ درست

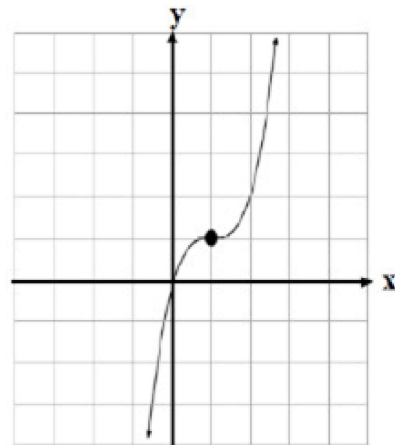
$$\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^3 \Rightarrow 2x+1 \geq 3 \Rightarrow x \geq 1 \text{ (ص ۲۲)}$$

۱۹

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x-1)^3 + 1$$

۲۰

اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)



۲۱

$$D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} \Rightarrow -1 < \frac{x}{2} \leq 3 \Rightarrow D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} = (-2, 6]$$

برد تغییر نمی‌کند.

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

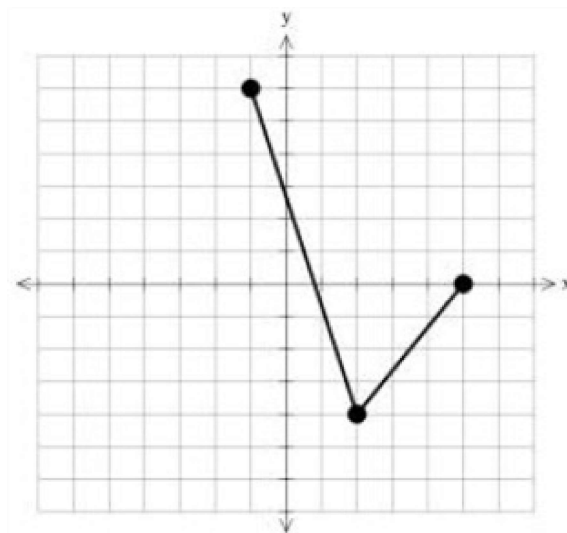
الف) $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [-3, +\infty) \mid \sqrt{x+3} \in \mathbb{R}\} = [-3, +\infty)$

۲۲

ب) $(g \circ f)(1) = g(3) = \sqrt{6}$

$g \circ f = \{(\cdot, 3), (3, 6), (6, \cdot)\}$

۲۳



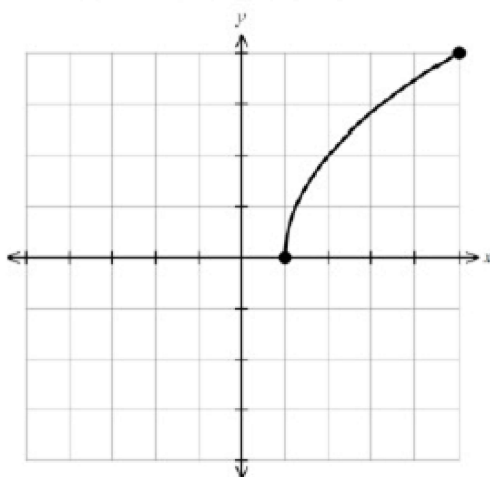
الف) ۲۴

ب) $[-1, 5]$

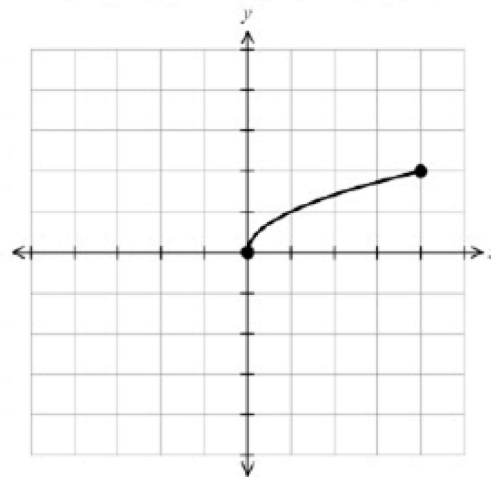
۲۵ $\sqrt{x}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow 2x+1 \geq 3 \Rightarrow x \geq 1$

۲۶



ب



الف

۲۷

$R_g = [\cdot, 3], D_g = [1, 5]$

ثابت ۲۸

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$x = 3 \Rightarrow 2(3) - 2 = 4 \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{(4)} + 1} = \frac{4}{3}$$

۲۹

۳۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

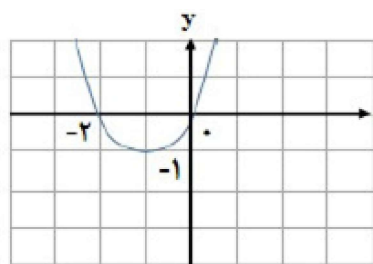
$$-3 < f(3x - 1) \leq 1 \xrightarrow{\times(-2)} -2 \leq -2f(3x - 1) < 2 \xrightarrow{+3} 1 \leq y < 9$$

۲ ۳۱

۳۲ نادرست

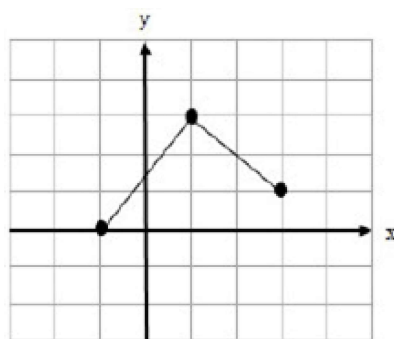
۳۳ درست

۳۴ درست



اکیدا صعودی $[-1, +\infty)$
اکیدا نزولی $(-\infty, -1]$

۳۵



$$D_g = [-1, 2]$$

۳۶

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴



باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش مازندران

معاونت آموزش متوسطه

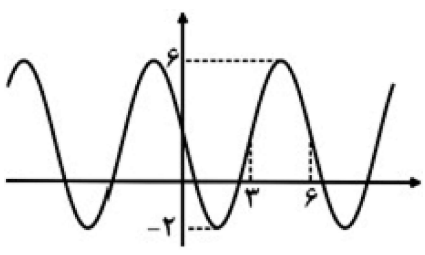
اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

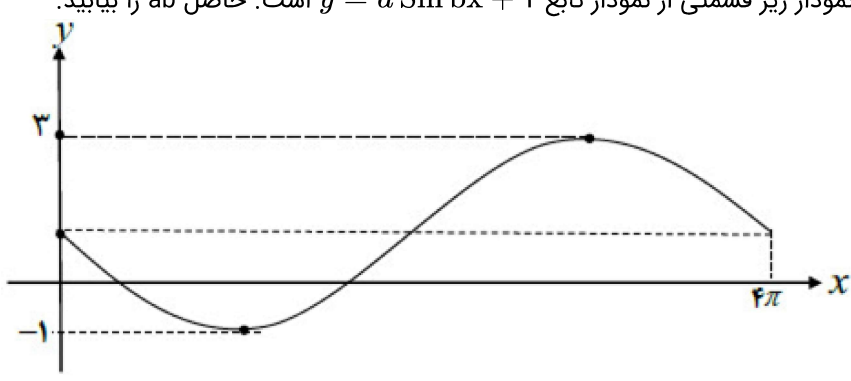
کانال گام نهایی مازندران (شاد) <http://shad.ir/motnazarimazand>

نام درس: ریاضی ۳

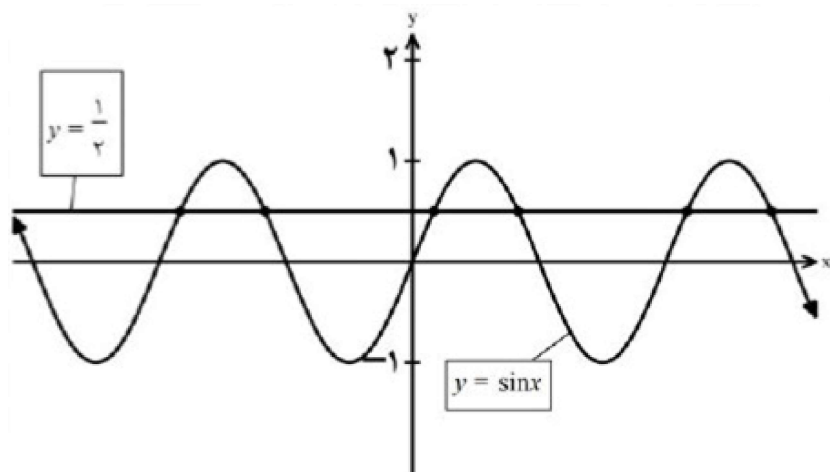
پایه: دوازدهم

رشته: علوم تجربی

ردیف	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
تاریخ و امضا:	تاریخ و امضا:	تاریخ و امضا:	تاریخ و امضا:	تاریخ و امضا:	تاریخ و امضا:	تاریخ و امضا:
بارم	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید					
۱	ریاضی 3 (فصل 2) سوال ۲۸ جواب‌های معادله مثلثاتی $1 = 2 \sin 4x$ را به دست آورید. کدام جواب‌ها در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ هستند؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲					
۲	مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = a \cos \frac{x}{2} + 3$ برابر ۶ می‌باشد، a و دوره تناوب را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲					
۳	جای خالی را با عدد مناسب پر کنید. اگر α یک زاویه حاده و $\sin \alpha = \frac{2}{5}$، حاصل $\cos 2\alpha$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲					
۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - فقط دو زاویه وجود دارد که مقدار کسینوس آن $\frac{2}{5}$ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲					
۵	نمودار مقابل مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \sin(bx) + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲					
۶	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - تابع تانژانت در بازه $(-\pi, \pi)$، تابعی صعودی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲					

۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - دوره تناوب تابع $y = ۵ \cos \frac{x}{۲} + ۱$ برابر با ۴π است.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۸	معادله مثلثاتی $۲ \sin x \cos x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ را حل کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲
۹	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. $y = \sqrt{۳} - \sin\left(\frac{\pi}{۲}x\right)$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲
۱۰	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - خط $y = \frac{۱}{۲}$، نمودار تابع $y = \sin x$ را در فاصله $[۰, ۲\pi]$ در یک نقطه قطع می‌کند.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲
۱۱	جواب‌های معادله مثلثاتی $۴ \sin x + ۲\sqrt{۳} = ۰$ را در بازه $[۰, ۲\pi]$ به دست آورید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲
۱۲	ضابطه تابعی به صورت $y = a \cos bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن ۲، مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن -۱ باشد.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲
۱۳	جواب(های) معادله مثلثاتی $\cos ۲x - \cos x = ۰$ را در بازه $(۰, \pi)$ مشخص کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خرداد ماه ۱۴۰۲
۱۴	نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + ۱$ است. حاصل ab را بیابید. 	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خرداد ماه ۱۴۰۲
۱۵	معادله $\sin x \cos x = \frac{۱}{۴}$ را حل کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خرداد ماه ۱۴۰۲

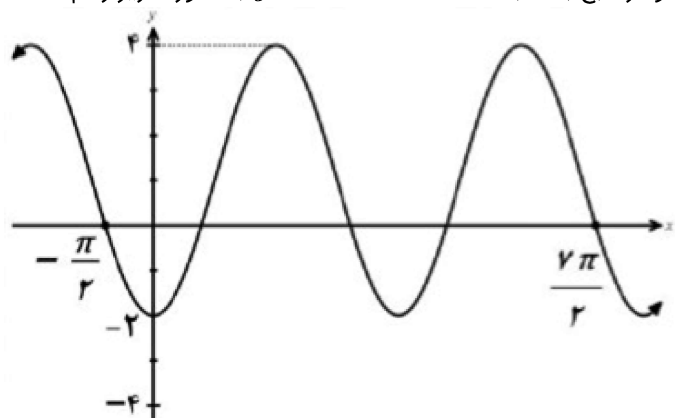
نمودار تابع با ضابطه $y = \sin x$ و خط به معادله $y = \frac{1}{2}$ در دستگاه زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آن‌ها را بیابید.



۱۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

نمودار تابع با ضابطه $y = a \cos bx + c$ به صورت زیر رسم شده است. مقدار a ، b و c را به دست آورید.



۱۷

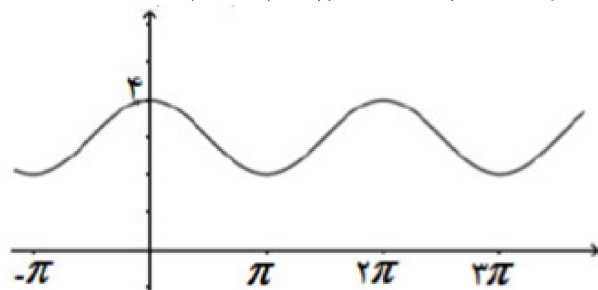
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را در بازه $0 \leq x \leq \pi$ حل کنید.

۱۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

نمودار تابع $f(x) = a + \cos bx$ به صورت مقابل است. حاصل $a + b$ را به دست آورید. ($b > 0$)



۱۹

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

$\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0$

معادله مقابل را حل کنید.

۲۰

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۲۱	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 3 \cos(\pi x) + 2$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۲	نمودار داده شده مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. مقادیر a و b و c را محاسبه کنید و ضابطه آن را مشخص نمایید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۳	معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x + \cos x = 0$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - تابع تانژانت در هر بازه‌ای که در آن تعریف شده باشد، صعودی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۵	معادله مثلثاتی $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۲۶	معادله‌ی یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره تناوب آن ۲ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۲۷	معادله مثلثاتی $\sin 2x - \cos x = 0$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۲۸	جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. - دوره تناوب تابع $y = 7 \sin\left(\frac{-\pi}{2}x\right) + 2$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12}$$

۱

$$2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{12} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}$$

$$|a| + 3 = 6 \Rightarrow |a| = 3$$

۲

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$$

$$\frac{17}{25}$$

۳

نادرست

۴

$$T = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{3}$$

۵

$$\left. \begin{array}{l} \max = 6 \\ \min = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |a| + c = 6 \\ -|a| + c = -2 \end{array} \right. \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow |a| = 4$$

$$y = a \sin bx + c \Rightarrow y = -4 \sin \left(\frac{\pi}{3} x \right) + 2 \quad y = +4 \sin \left(-\frac{\pi}{3} x \right) + 2$$

نادرست

۶

درست

۷

$$\sin 2x = \sin \frac{\pi}{3}$$

۸

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{3} \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow T = 4 \quad \text{Max : } |a| + c = 1 + \sqrt{2}$$

۹

$$\text{Min : } -|a| + c = -1 + \sqrt{2}$$

نادرست

۱۰

$$2 \sin x + 2\sqrt{2} = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right)$$

۱۱

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{array} \right. \quad (k \in \mathbb{Z}) \xrightarrow{[0, 2\pi]} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{7\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{4} \end{array} \right.$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi$$

۱۲

$$|a| = 2, c = 1 \Rightarrow y = -2 \cos(\pi x) + 1 \quad \text{یا} \quad y = 2 \cos(\pi x) + 1$$

تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$\cos 3x = \cos x \Rightarrow 3x = 3k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{3k\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2}$$

۱۳

$$\frac{3\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

۱۴

$$|a| = \frac{3 - (-1)}{3} = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

با توجه به نمودار تابع، $ab = -1$ باید عدد منفی شود بنابراین

$$3 \sin x \cos x = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin 3x = \frac{1}{3} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

۱۵

$$\begin{cases} 3x = 3k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 3x = 3k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{18} \\ x = k\pi + \frac{5\pi}{18} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 3k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 3k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

۱۶

$$3T = \frac{3\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{3}\right) = 3\pi \Rightarrow T = 3\pi \Rightarrow \frac{3\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow b = \pm 1$$

۱۷

$$c = \frac{3 + (-3)}{3} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} |a| &= \frac{3 - (-3)}{3} = 2 \\ x &= 0.3 \\ \text{مینیمم دارد} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -2$$

$$3 \cos 3x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x (3 \cos x - 1) = 0$$

۱۸

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\max = 3 \Rightarrow a + 1 = 3 \Rightarrow a = 2$$

۱۹

$$T = 3\pi : \frac{3\pi}{|b|} = 3\pi \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = 1 \quad a = 3 \quad a + b = 3$$

$$1 - 3 \sin 3x - 3 \sin x + 3 = 0 \Rightarrow -3 \sin 3x - 3 \sin x + 5 = 0$$

۲۰

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{5}{3} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 3k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$T = \frac{3\pi}{|b|} = \frac{3\pi}{|\pi|} = 3$$

۲۱

$$\max = |a| + c = 5 \quad \min = -|a| + c = -1$$

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$\begin{cases} |a| + c = 0 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = r, a = \pm r$$

۲۲

$$r\pi = \frac{r\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{r} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{r} \Rightarrow y = r \sin \frac{x}{r} + r, y = -r \sin \left(-\frac{x}{r} \right) + r$$

$$\cos x (r \cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ r \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{r} \Rightarrow x = rk\pi \pm \frac{r\pi}{r} \end{cases}$$

۲۳

درست ۲۴

$$\sin rx = \sin x \Rightarrow \begin{cases} rx = rk\pi + x \Rightarrow x = rk\pi, k \in \mathbb{Z} \\ rx = rk\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{rk\pi}{r} + \frac{\pi}{r}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۲۵

$$\begin{aligned} |b| &= \frac{r\pi}{r} = \pi \Rightarrow b = \pm \pi \\ |a| &= \frac{r - (-r)}{r} = r \Rightarrow a = \pm r \\ c &= \frac{r + (-r)}{r} = 0 \end{aligned} \Rightarrow y = \pm r \sin(\pm \pi x)$$

۲۶

$$r \sin x \cos x - \cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{r} \Rightarrow x = rk\pi + \frac{\pi}{r}, x = rk\pi + \frac{5\pi}{r} \end{cases}$$

۲۷

۴ ۲۸



باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش مازندران

معاونت آموزش متوسطه

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

کانال گام نهایی مازندران (شاد) <http://shad.ir/motnazarimazand>

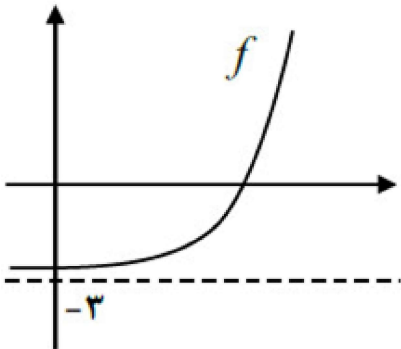
نام درس: ریاضی ۳

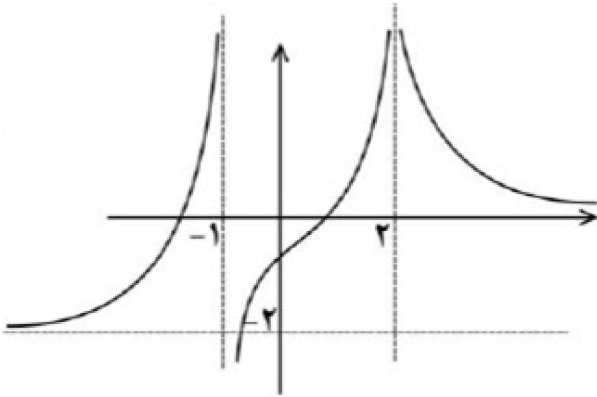
پایه: دوازدهم

رشته: علوم تجربی

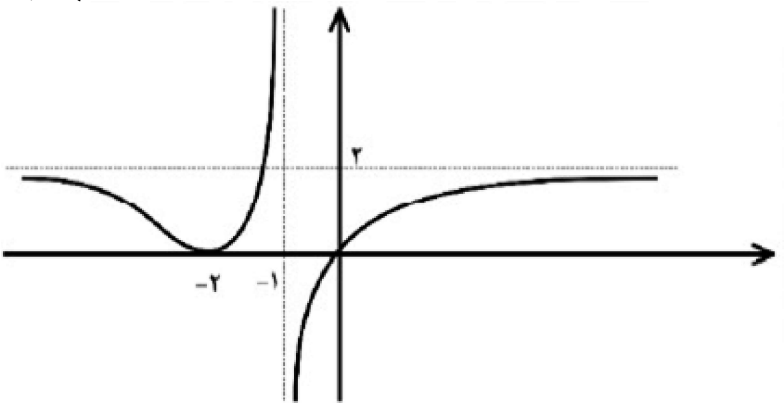
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دانش‌آموز:	نمره با حروف:
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:
ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید				
۱	ریاضی 3 (فصل 3) سوال ۲۹ حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x - 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x - 4x^2}{3x + 2x^2}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				
۲	جای خالی را با عدد مناسب پر کنید. بازه $(-2, 0)$، یک همسایگی چپ برای عدد است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				
۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = 2x^3 - x^2 + 1$ بر $x - 1$ برابر ۲ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				
۴	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - x + x^2}{5 - 2x^2}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				
۵	اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = 3x^2 + mx + 2m + 1$ بر $x - 2$ برابر ۳ باشد، باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $f(x) = mx^2 - mx + 3$ بر $x + 2$ را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				
۶	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{\sin x}$ برابر با $-\infty$ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				

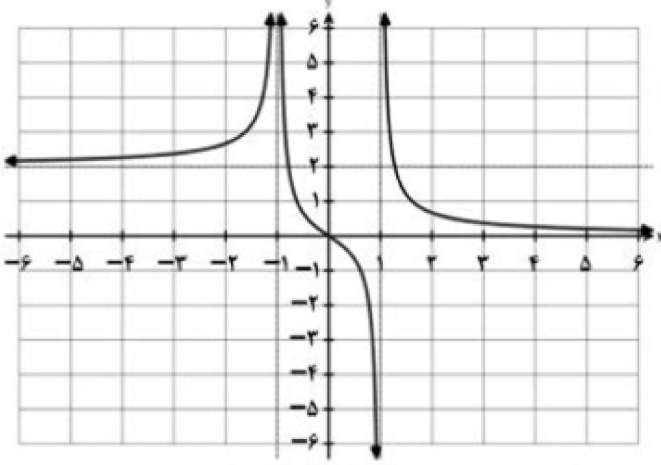
اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۷	حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{ 2 - x }$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 2}{x-1}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۸	با توجه به نمودار تابع f، حاصل حدهای زیر را به دست آورید.  الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۹	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{(x-1)^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^6 + 3x - 1}{2 + x - x^6}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۰	مقادیر a و b را چنان بیابید که عبارت $p(x) = x^2 - ax + b$ بر $(x-2)$ بخش پذیر باشد و باقیمانده تقسیم آن بر $(x+1)$ برابر ۳ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - عبارت $x^{16} + 1$ بر $x+1$ بخش پذیر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۲	حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x }$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۳	آیا مقدار $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x]-1}$ وجود دارد؟ چرا؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۱۴	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{ 2x - 1 }$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x + 3}{x^2 + 6x + 9}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۵	اگر چند جمله‌ای $x^3 + ax - 8$ بر $x - a$ بخش‌پذیر باشد، مقدار a را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۶	حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۱۷	نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۱۸	اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^2} = +\infty$ باشد، حدود a را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۱۹	در چند جمله‌ای $P(x) = x^3 + ax^2 + b$ مقادیر a و b را چنان بیابید که باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + 2$ برابر -1 و $P(x)$ بر $x - 1$ بخش‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$ ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x}{5x + 4}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۲۰
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - بازه $(2, 5)$، یک همسایگی ۴ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۲۱
	با توجه به نمودار تابع f، موارد زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ب) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \end{cases}$  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۲۲
	حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{2}{\tan x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 2x + 1}{4x - 1}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۲۳
	اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = x^4 + kx^2 - 3$ بر $x + 1$ برابر ۲ باشد، k را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۲۴

	حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 7x + 3}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۲۵
	نمودار تابع f به صورت شکل مقابل است. حدود خواسته شده را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ پ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$ ت) $\lim_{x \rightarrow (1)^-} f(x) =$  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۲۶
	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. - باقیمانده تقسیم عبارت $x^2 - 5x + 1$ بر $x - 3$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۲۷
	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x^3}{2x - 1}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۲۸
	باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = x^3 - 4x^2 + 2$ را بر $2x + 1$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۲۹

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x-2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x-4x^2}{3x+2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2}{2x^2} = -2$$

۲ صفر

۳ درست

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2+2x-15}{x^2+10x+25} = \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)} = \frac{-8}{0^-} = +\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-x+4}{-2x^2+5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}$$

$$p(2) = 3 \Rightarrow 12 + 2m + 2m + 1 = 3 \Rightarrow 4m = -10 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$$

$$f(-2) = -\frac{5}{2}(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12$$

۶ درست

$$\text{الف) } \frac{3}{0^+} = +\infty$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} &\times \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

به روش‌های هم‌ارزی و هوییتال نمره تعلق نمی‌گیرد.

الف) -۳

ب) $+\infty$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x]-1}{(x-1)^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+3x-1}{2+x-x^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{-x^2} = -1$$

$$\begin{aligned} P(2) = 0 &\Rightarrow 8 - 2a + b = 0 \\ P(-1) = 3 &\Rightarrow a + b = 4 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -8 \\ a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 4 \\ b &= 0 \end{aligned}$$

۱۱ نادرست

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = 2$$

۱۲

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-2}{|\sin x|} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x^5}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5}{x^2} = +\infty$$

۱۳) خیر- زیرا تابع $f(x) = \frac{1}{[x]-1}$ در همسایگی راست $x=1$ تعریف نشده است.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{\Delta x}{|2x-1|} = \frac{\frac{\Delta}{2}}{0^+} = +\infty$$

۱۴

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+3}{x^2+9x+9} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x+3)}{(x+3)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$x=a \Rightarrow 2a^2 - 8 = 0 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

۱۵

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)\sqrt{x}+1} = \frac{1}{4}$$

۱۶

$$\text{الف) } -\infty$$

$$\text{ب) } +\infty$$

$$\text{پ) } -2$$

۱۷

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax-3}{(2-x)^2} = \frac{2a-3}{0^+} = +\infty \Rightarrow 2a-3 < 0 \Rightarrow a < \frac{3}{2}$$

۱۸

$$\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a+b=1 \\ a+b=-1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{3}, b = -\frac{5}{3}$$

۱۹

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} \times \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{(x-9)(\sqrt{x}+3)} = \frac{1}{6}$$

۲۰

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\Delta x} = -\frac{1}{\Delta}$$

۲۱) درست

۲) الف)

$$\text{ب) } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty \end{cases}$$

الف) $\frac{1-2}{2-2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

ب) $\frac{2}{\text{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} = \frac{2}{-\infty} = 0$

پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{1} = +\infty$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow p(-1) = 2 \Rightarrow (-1)^4 + k(-1)^2 - 3 = 2 \Rightarrow k = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x-2)}{(x-3)(2x-1)} = \frac{1}{5}$$

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

پ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)^2} = \frac{+3}{0^+} = +\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{2} = -\infty$

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} \Rightarrow p\left(\frac{-1}{2}\right) = 0 = r$$



باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش مازندران

معاونت آموزش متوسطه

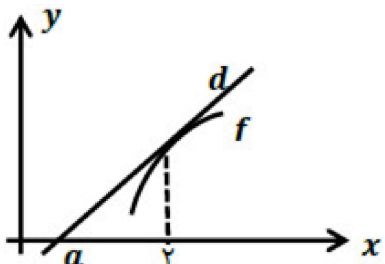
اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

کانال گام نهایی مازندران (شاد) <http://shad.ir/motnazarimazand>

نام درس: ریاضی ۳

پایه: دوازدهم

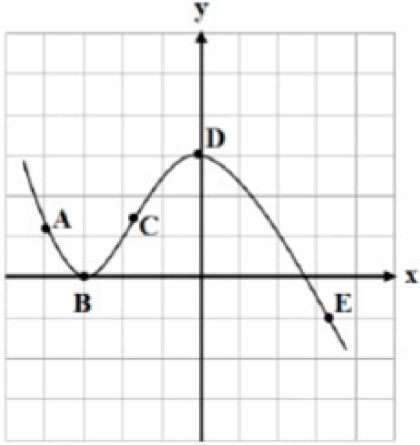
رشته: علوم تجربی

نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:
بارم	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید				ردیف
	ریاضی 3 (فصل 4) سوال ۴۷				۱
	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^3 + t - 1$ است: (الف) سرعت متوسط متحرک در بازه $[1, 2]$ را محاسبه کنید. (ب) سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه $t = 2$ چقدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				۲
	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). (الف) $f(x) = (2\sqrt{x} + 1)(x^2 - 2x)$ (ب) $g(x) = \frac{3x + 1}{x^5 - x + 1}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				۳
	خط d در نقطه با طول $x = 2$ بر نمودار تابع $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ مماس است. با توجه به شکل مقدار a (نقطه برخورد خط d با محور x) را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				۴
	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x + 5}$ را وقتی متغیر از $x = -1$ به $x = 4$ تغییر می‌کند، به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				۵
	اگر $f(x) = 2x^3 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشند. حاصل $(f \times g)'(1) + (f + g)'(4)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				

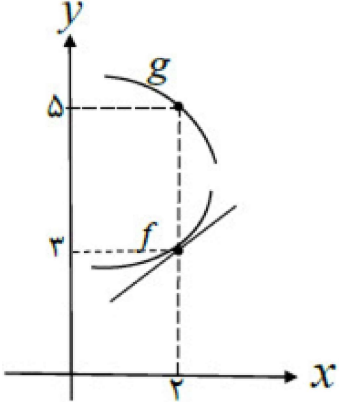
اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۶	تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \leq 1 \\ x + 1 & x > 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. مشتق‌پذیری تابع را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - تابعی وجود ندارد که برای آن شرایط $f(a) = 0$ و $f'(a) = 0$ برقرار باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۸	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 + 2t + 3$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 2]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 2]$ با هم برابرند؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۹	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $g(x) = \frac{(2x-1)^4}{x^3+8}$ ب) $f(x) = \sqrt[3]{2x+1}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۰	اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ آن‌گاه به کمک تعریف مشتق نشان دهید: $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۱	جمله‌ی زیر را کامل کنید. اگر $f(x) = -x^3$ آن‌گاه $f''(1)$ برابر است با سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۲	تابعی با ضابطه $f(x) = \frac{3x-6}{x^2+2}$ را در نظر بگیرید: الف) آهنگ تغییر متوسط در بازه $[-2, 0]$ را به دست آورید. ب) آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = -1$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۳	با استفاده از تعریف مشتق تابع، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ را در نقطه $x = 2$ بررسی نمایید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

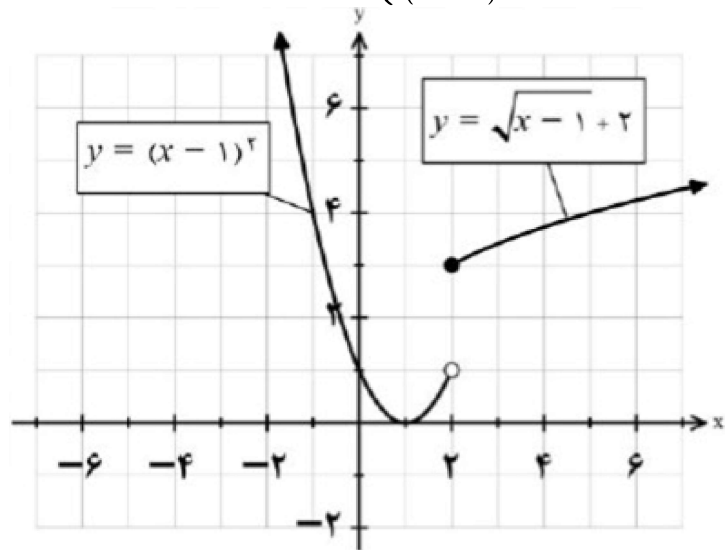
اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

	با توجه به نمودار تابع مقابل: الف) در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق تابع منفی است؟ ب) در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق تابع برابر صفر است؟ پ) در بین نقاط داده شده کدام نقطه بیشترین شیب را دارد؟ ت) شیب نقاط D و A را با هم مقایسه نمایید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲	۱۴
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن همواره صعودی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲	۱۵
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - تابع f روی بازه (a, b) مشتقپذیر است هرگاه، در هر نقطه این بازه مشتقپذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲	۱۶
	آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه‌ای به طول $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	۱۷
	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 4)$ ب) $g(x) = \frac{-7x^2 + 1}{x - 6}$ پ) $h(x) = (2x^5 - 1)^4$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	۱۸

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۱۹	با توجه به نمودارهای توابع f و g حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2}$ چند برابر $f'(2)$ است؟  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۲۰	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - نقطه $(1, 1)$ یک نقطه گوشه‌ای برای تابع $f(x) = 2 - x^2$ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۲۱	در تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{120}{t} + 5$ مجموع آهنگ لحظه‌ای تغییر در لحظه $t = 2$ و آهنگ متوسط تغییر تابع $f(t)$ در بازه $[4, 6]$ را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۲۲	با استفاده از تعریف مشتق نشان دهید اگر $f(x) = \sqrt{x}$، $x > 0$، آنگاه $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۲۳	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & x < 1 \\ 2x^2 - 3 & x \geq 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۲۴	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می‌گیریم. فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -4t^2 + 40t$ به دست می‌آید. (الف) سرعت متوسط در بازه $[2, 4]$ را بیابید. (ب) در چه زمانی سرعت لحظه‌ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۲۵	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) (الف) $f(x) = x(x-1)(x+1)$ (ب) $g(x) = \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^3$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 & x \geq 2 \\ (x-1)^2 & x < 2 \end{cases}$ به صورت مقابل است:



۲۶

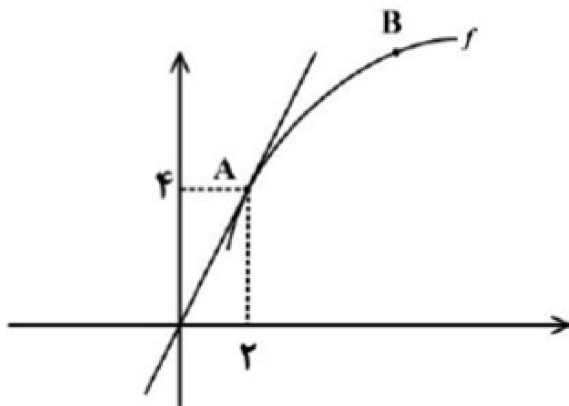
- (الف) آیا تابع f در نقطه $x = 2$ مشتق‌پذیر است؟
 (ب) آیا تابع در بازه $(-\infty, 2)$ مشتق‌پذیر است؟ چرا؟
 (پ) مشتق راست تابع f در نقطه $x = 2$ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

نمودار تابع f به صورت مقابل رسم شده است. اگر خط d در نقطه A بر نمودار تابع f مماس باشد:

(الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ را بیابید.

(ب) شیب خط‌های مماس در نقاط A و B را مقایسه کنید.



۲۷

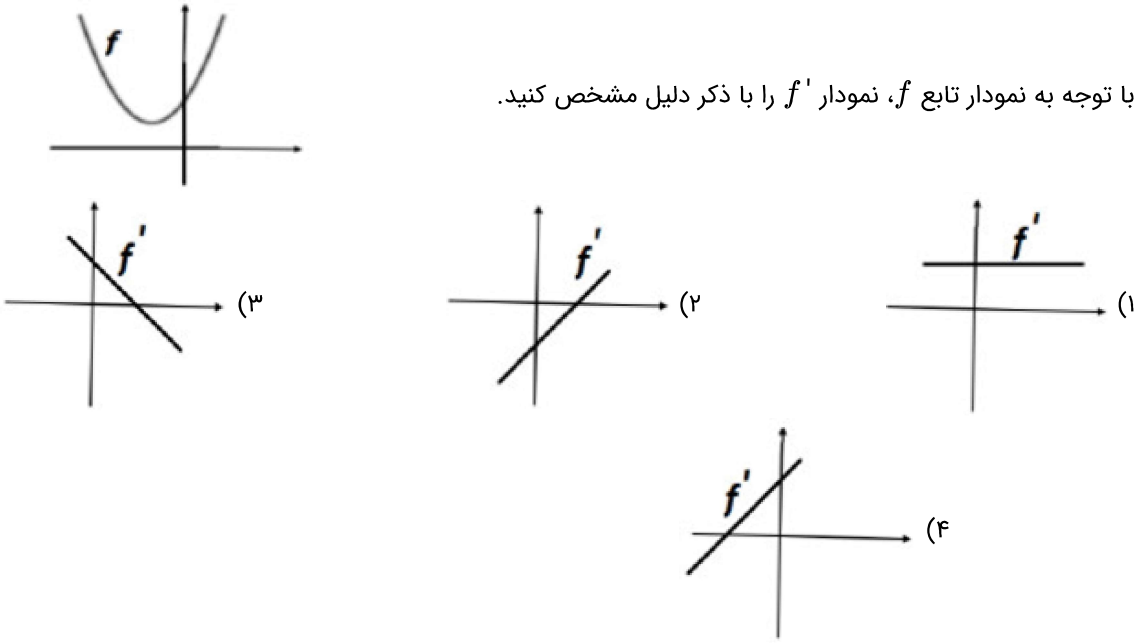
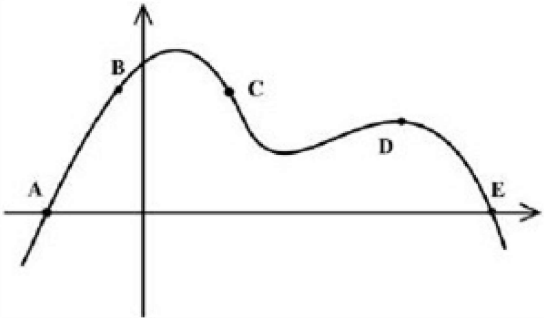
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

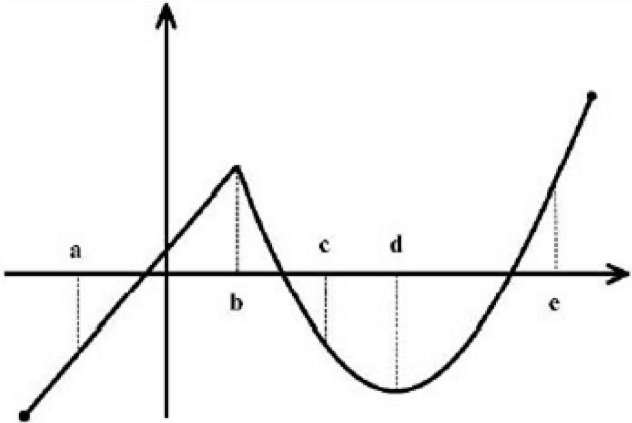
یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t$ گرم است. در چه لحظه‌ای، آهنگ رشد جرم توده باکتری برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی $0 \leq t \leq 4$ می‌شود؟

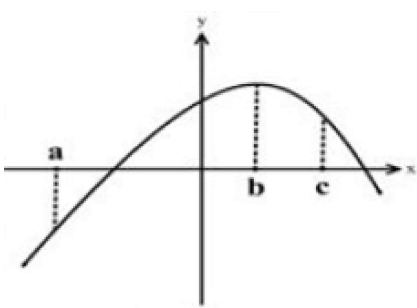
۲۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

	با توجه به نمودار تابع f، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید.  (۱) (۲) (۳) (۴) سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۲۹
	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در نقطه‌ای به طول $x = ۰$ واقع بر نمودار تابع بنویسید. سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۳۰
	تابع $f(x) = ۷\sqrt{x} + ۵۰$ قد متوسط کودکان را برحسب سانتی‌متر تا حدود شصت ماهگی نشان می‌دهد، که در آن x مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است. آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[۰, ۲۵]$ چقدر است؟ سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۳۱
	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{-۲x + ۳}{x + ۴}$ ب) $g(x) = (\sqrt{۳x + ۱})(x^۲ + ۲x)$ سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۳۲
	معادله نیم مماس راست تابع $f(x) = x^۲ - ۱$ را در نقطه‌ای به طول $x = ۱$ واقع بر منحنی بنویسید. سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۳۳
	از بین نقاط مشخص شده A و B و C و D و E روی نمودار مقابل، در کدام نقطه: الف) مقدار تابع صفر ولی مقدار مشتق آن مثبت است؟ ب) مقدار تابع مثبت ولی مقدار مشتق آن منفی است؟  سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۳۴

۳۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - تابع $[x](x^2 - 1)$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۳۶	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t + 3$ برحسب متر است. (t برحسب ثانیه است). الف) سرعت متوسط تابع در بازه $[0, 3]$ را به دست آورید. ب) سرعت لحظه‌ای تابع را در $t = 4$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۳۷	با در نظر گرفتن نمودار تابع f در شکل مقابل از بین نقاط مشخص شده مطلوب است طول نقطه‌ای که: الف) تابع در آن مشتق پذیر نیست. ب) مماس در آن موازی محور طول‌هاست. پ) مشتق و مقدار تابع در آن مثبت است.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۳۸	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ را در $x = 1$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۳۹	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ برحسب متر در بازه $[0, 5]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. سرعت متوسط را در بازه زمانی $[0, 5]$ و سرعت لحظه‌ای را در لحظه $t = 2$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۴۰	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $f(x) = \sqrt{\frac{9x - 2}{x + 1}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۴۱	اگر $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x < 0 \\ x^2 + 3x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق پذیر باشد، مقدار a را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۴۲	اگر توابع f, g مشتق پذیر باشند و $f(2) = 3, f'(2) = 5, g(2) = 8, g'(2) = -6$ حاصل $(fg)'(2)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

	با توجه به نمودار تابع f، اگر شیب خط مماس در نقاط a, b, c به ترتیب با m_c, m_b, m_a نمایش داده شود. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟  $m_c = m_b = m_a$ (۴) $m_a > m_b > m_c$ (۳) $m_b > m_a > m_c$ (۲) $m_c > m_b > m_a$ (۱) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۴۳
	اگر سرعت متوسط یک متحرک در یک بازه برابر ۲ متر بر ثانیه باشد و معادله حرکت متحرک به صورت $f(t) = t^3 - t$ بر حسب متر باشد. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای متحرک برابر سرعت متوسط آن است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۴۴
	برای تابع $f(x) = x^3 - 8$ در نقطه تقاطع آن با محور xها معادله خط مماس را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۴۵
	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = 2x - 4$ را در $x = 2$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۴۶
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد و در این نقطه، مشتق چپ و راست نامتناهی باشد آنگاه $f'(a)$ وجود ندارد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۴۷

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

الف) $\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = 5$

ب) $f'(t) = 6t^2 + 1 \Rightarrow f'(2) = 25$

الف) $f'(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)(x^2 - 2x) + (2x^2 - 2)(2\sqrt{x} + 1)$

ب) $g'(x) = \frac{3(x^3 - x + 1) - (5x^2 - 1)(3x + 1)}{(x^3 - x + 1)^2}$

$f'(x) = -2x + 6 \Rightarrow f'(2) = 2$

$d: (2, 3), (a, \cdot) : 2 = \frac{\cdot - 3}{a - 2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$\frac{f(4) - f(-1)}{4 - (-1)} = \frac{3 - 2}{5} = \frac{1}{5}$

$(f + g)'(2) = f'(2) + g'(2) = (6(2)^2) + \frac{1}{2\sqrt{2}} = 24 + \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$f'(1)g(1) + g'(1)f(1) = (6)(1) + \left(\frac{1}{2}\right)(3) = 6 + \frac{3}{2}$

$(f + g)'(2) + (f \times g)'(1) = 24 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + 6 + \frac{3}{2} = \frac{415}{2}$

$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 1 - 2}{x - 1} = 1$

$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = 3$

$f'_+(1) \neq f'_-(1)$ در نتیجه تابع در $x = 1$ مشتق پذیر نیست.

نادرست

$f'(t) = 2t + 2$

آهنگ متوسط $= \frac{f(2) - f(\cdot)}{2 - \cdot} = \frac{11 - 3}{2} = 4$

$2t + 2 = 4 \Rightarrow t = 1$

الف) $g'(x) = \frac{2 \times 2 \times (2x - 1)^2 (x^2 + 8) - 2x^2 (2x - 1)^2}{(x^2 + 8)^2}$

ب) $f'(x) = \frac{2}{3\sqrt{(2x + 1)^2}}$

$f'(x) = \lim_{h \rightarrow \cdot} \frac{f(x + h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow \cdot} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} = \lim_{h \rightarrow \cdot} \frac{-1}{x(x + h)} = -\frac{1}{x^2}$

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۱۱ -۶

$$\text{الف) } \frac{f(\cdot) - f(-2)}{\cdot + 2} = \frac{-3 + 2}{2} = -\frac{1}{2}$$

۱۲

$$\text{ب) } f'(x) = \frac{-3x^2 + 12x + 6}{(x^2 + 2)^2} \Rightarrow f'(-1) = -1$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x - 2}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt[3]{(x - 2)^2}} = +\infty$$

۱۳

تابع در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر نیست.

$$m_D > m_A \text{ (ت)}$$

C (پ)

B (ب)

E (الف) ۱۴

۱۵ نادرست

۱۶ درست

$$f'(x) = 2x + 5 \Rightarrow f'(2) = 13$$

۱۷

$$\frac{f(\cdot) - f(-2)}{\cdot - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{2} = 1$$

پس آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه $x = 2$ ، ۱۳ برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, \cdot]$ است.

$$\text{الف) } f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^2 + 4) + 3x^2(\sqrt{3x+2})$$

۱۸

$$\text{ب) } g'(x) = \frac{(-14x)(x-6) - (1)(-7x^2+1)}{(x-6)^2}$$

$$\text{پ) } h'(x) = 2(2x^5 - 1)^2(10x^4)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 5f'(2) \end{aligned}$$

۱۹

۲۰ نادرست

$$f'(t) = \frac{-120}{t^2} \Rightarrow f'(2) = \frac{-120}{4} = -30$$

۲۱

$$\begin{aligned} \text{آهنگ متوسط} &= \frac{f(6) - f(4)}{6 - 4} = \frac{\left(\frac{120}{6} + 5\right) - \left(\frac{120}{4} + 5\right)}{6 - 4} = \frac{25 - 35}{2} = -5 \\ &\Rightarrow -30 - 5 = -35 \end{aligned}$$

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})(\sqrt{x+h} + \sqrt{x}) + \sqrt{x}}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (\text{ص ۹۳})$$

(در صورت استفاده از فرمول‌های دیگر مشتق، بارم به تناسب تقسیم شود.)

۲۳ تابع پیوسته است.

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 - 2 + 1}{x - 1} = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 2 + 1}{x - 1} = 2$$

در نقطه $x = 1$ مشتق‌ناپذیر است. $f'_+(1) \neq f'_-(1)$

(در صورت استفاده از فرمول‌های دیگر مشتق، برای محاسبه مشتق چپ و راست، بارم به تناسب تقسیم شود.)

$$\text{الف) سرعت متوسط} = \frac{h(4) - h(2)}{4 - 2} = \frac{96 - 64}{2} = 16$$

$$\text{ب) } h'(t) = -8t + 40 = 16 \Rightarrow t = 3$$

$$\text{الف) } f(x) = x^2 - x \Rightarrow f'(x) = 2x - 1$$

$$\text{ب) } g'(x) = 2 \left(\frac{2x-1}{x+1} \right)^2 \left(\frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^2} \right)$$

۲۶ الف) خیر - چون ناپیوسته است.

ب) بله، در تمام نقاط بازه $(-\infty, 2)$ مشتق‌پذیر است.

$$\text{پ) } x \geq 2: f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \Rightarrow f'_+(2) = \frac{1}{2}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{ب) } m_A > m_B$$

$$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 \Rightarrow \text{آهنگ متوسط} = \frac{10 - 0}{4 - 0} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 = \frac{5}{2} \Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1$$

۲۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مشتق سهمی، تابع خطی (غیرثابت) است. چون طول نقطه می‌نیم، منفی است پس f' محور x

ها را در ناحیه $x < 0$ قطع می‌کند.

x	$x_S < 0$	
	نزولی	صعودی
f		
f'	-	+

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$f'(\cdot) = m = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{x} - \cdot}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty, A(\cdot, \cdot)$$

۳۰

معادله مماس قائم: $x = \cdot$

$$\text{آهنگ متوسط رشد} = \frac{f(25) - f(\cdot)}{25 - \cdot} = \frac{15 - 5}{25} = \frac{1}{5}$$

۳۱

$$\text{الف)} \quad f'(x) = \frac{-2(x+4) - 1(-2x+2)}{(x+4)^2}$$

۳۲

$$\text{ب)} \quad g'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+1}}(x^2+2x) + (2x+2)(\sqrt{2x+1})$$

$$f'_{+}(1) = \lim_{x \rightarrow 1^{+}} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^{+}} \frac{|x^2 - 1| - \cdot}{x - 1} = 2 \Rightarrow y - \cdot = 2(x - 1)$$

۳۳

ب) C

۳۴ الف) A

۳۵ نادرست

$$\text{الف)} \quad \frac{f(2) - f(\cdot)}{2 - \cdot} = \frac{18 - 3}{2} = 5$$

۳۶

$$\text{ب)} \quad f'(t) = 2t - 1 \Rightarrow f'(2) = 15$$

پ) e

ب) d

۳۷ الف) b

۳۸ تابع در $x = 1$ پیوسته است.

$$f'_{+}(1) = \lim_{x \rightarrow 1^{+}} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = 2, f'_{-}(1) = \lim_{x \rightarrow 1^{-}} \frac{2x - 1 - 2}{x - 1} = 2$$

$f'_{+}(1) \neq f'_{-}(1)$ پس تابع در $x = 1$ مشتق پذیر نمی باشد.

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(\cdot)}{5 - \cdot} = \frac{30 - 10}{5} = 2$$

۳۹

$$f'(t) = 2t - 1 \Rightarrow f'(2) = 2(2) - 1 = 3$$

$$f'(x) = \frac{\frac{9(x+1)-1(9x-2)}{(x+1)^2}}{2\sqrt{\frac{9x-2}{x+1}}}$$

۴۰

۴۱ تابع f در نقطه $x = \cdot$ پیوسته است.

$$\begin{aligned} f'_{+}(\cdot) &= 3 \\ f'_{-}(\cdot) &= a \Rightarrow a = 3 \end{aligned}$$

$$(fg)'(2) = f'(2)g(2) + f(2)g'(2) = 5 \times 8 + 3(-6) = 22$$

۴۲

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۳

$$f'(t) = 3t^2 - 1 = 2 \Rightarrow 3t^2 = 3 \Rightarrow t = \pm 1 \Rightarrow t = 1$$

۴۴

$$x^2 - 8 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2, 0)$$

۴۵

$$f'(x) = 3x^2 \Rightarrow m = f'(2) = 12, y - 0 = 12(x - 2) \Rightarrow y = 12x - 24$$

تابع در این نقطه مشتق پذیر نمی باشد. ۴۶

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|2x-4|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x-2)}{x-2} = 2$$
$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2x-4|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2(x-2)}{x-2} = -2 \Rightarrow f'_+(2) \neq f'_-(2)$$

درست ۴۷

۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴



باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش مازندران

معاونت آموزش متوسطه

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

کانال گام نهایی مازندران (شاد) <http://shad.ir/motnazarimazand>

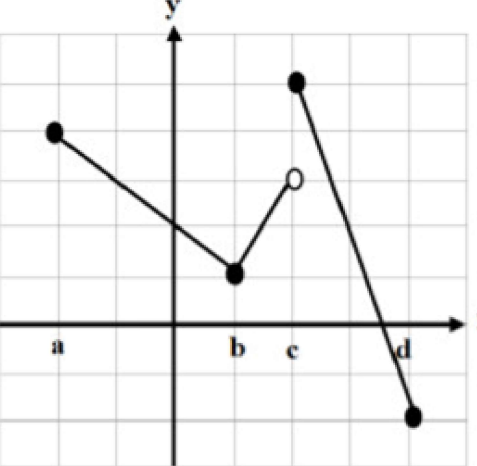
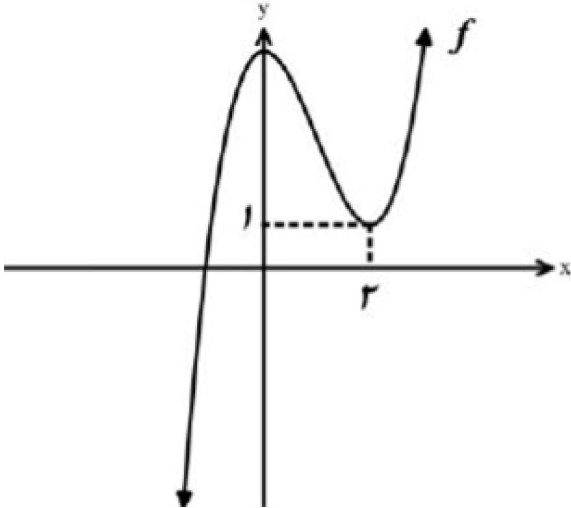
نام درس: ریاضی ۳

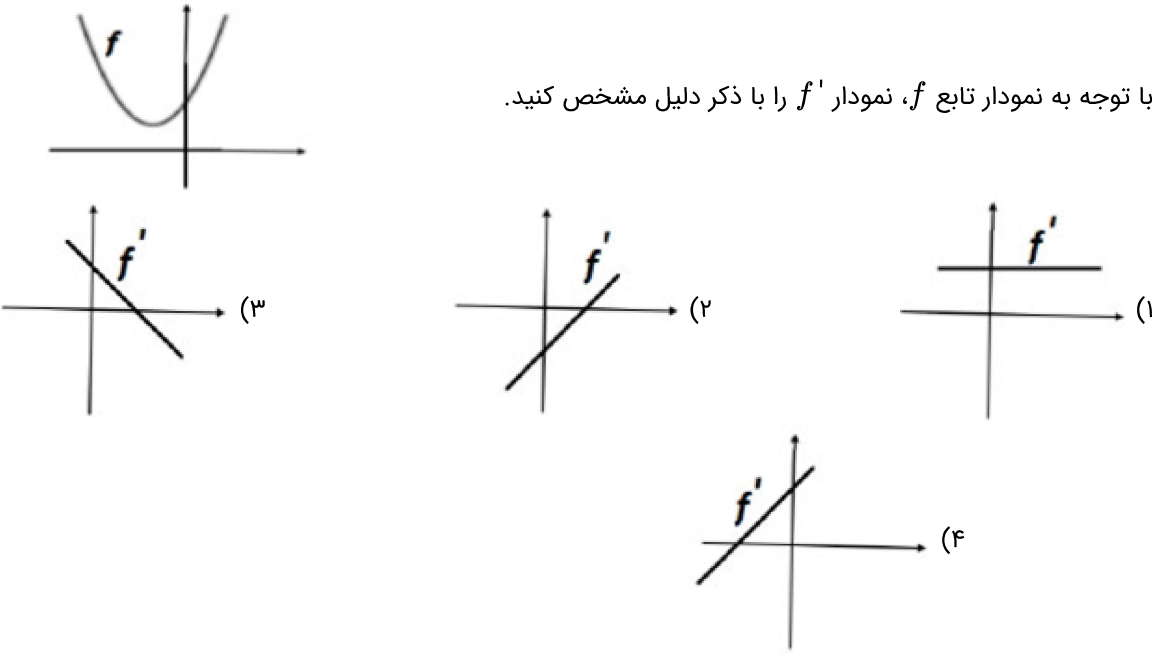
پایه: دوازدهم

رشته: علوم تجربی

نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:
ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید				
۱	ریاضی 3 (فصل 5) سوال ۲۴ می‌خواهیم یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل و دربار بسازیم که گنجایش آن دقیقاً ۹۰۰ سانتی‌متر مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود؟ ($\pi \simeq 3$) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				
۲	با رسم جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 2x + 1$ مشخص کنید تابع در کدام بازه‌ها اکیداً صعودی است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				
۳	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را روی بازه $[-2, 3]$ بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				
۴	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۸ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲				
۵	نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲				
۶	اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^5 - 5x$ را در بازه $[0, 2]$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲				
۷	پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم‌دایره‌ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم‌دایره برابر با پهنای مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خرداد ماه ۱۴۰۲				
۸	بزرگترین بازه از R که تابع $f(x) = -2x^3 + 6x + 11$ در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خرداد ماه ۱۴۰۲				

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	۹
	در شکل زیر نمودار تابع f رسم شده است. طول نقاط اکسترمم‌های نسبی و مطلق را مشخص کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	۱۰
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. اگر $f'(c) = 0$ باشد، آنگاه $x = c$ یک نقطه اکسترمم نسبی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	۱۱
	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۱۲
	نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ به صورت شکل مقابل رسم شده است. مقادیر b و d را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۱۳

۱۴	با توجه به نمودار تابع f، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید.  (۱) (۲) (۳) (۴) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۱۵	نشان دهید در بین مستطیل‌هایی با محیط ۱۶ سانتی‌متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن همان‌اندازه باشند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۱۶	با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 12x + 4$، مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۱۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - هر نقطه دلخواه از دامنه تابع ثابت، یک نقطه بحرانی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۱۸	ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ طوری پیدا کنید که نقطه $(1, 2)$ اکسترمم نسبی تابع باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۱۹	جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. - اگر f یک تابع و $I \subseteq D_f$ یک همسایگی از نقطه c باشد که به ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \leq f(c)$ در این صورت $f(c)$ را یک تابع f می‌نامیم. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۰	اگر بین دو عدد حقیقی x و y رابطه‌ای $5x - y = 10$ برقرار باشد، مقادیر x و y را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۲۱	اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$ را در صورت وجود به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

	با توجه به نمودار داده شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مقدار ماکزیمم مطلق را بنویسید. ب) مقدار مینیمم مطلق را بنویسید. پ) طول نقطه ماکزیمم نسبی را بنویسید. ت) طول نقطه مینیمم نسبی را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۲۲
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - هر نقطه بحرانی تابع $f(x)$، یک نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x)$ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۲۳
	یک مستطیل در یک نیم‌دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۲۴

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$h = \frac{300}{r^2}$$

$$S = \frac{1800}{r} + 3r^2$$

$$S' = \frac{-1800}{r^2} + 6r = 0$$

$$r = \sqrt[3]{300} \Rightarrow h = \sqrt[3]{300}$$

x		-3		3	
f'(x)	+	○	-	○	+

$$f'(x) = 3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

اکیداً صعودی $(-\infty, -3], [3, +\infty)$

$$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4 \notin [-2, 2] \text{ غ ق ق}$$

$$f(-2) = 32, f(0) = 0, f(2) = -27$$

ماکزیمم مطلق = 0 مینیمم مطلق = -32

$$x - y = 8 \Rightarrow x = 8 + y$$

$$s = xy = (8 + y)y = y^2 + 8y$$

$$s' = 2y + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
f'	-	+	+	
f		$\swarrow$	$\searrow$	$\swarrow$
		-16 Min	11 Max	

$$f'(x) = 5x^2 - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = +1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ غیرقابل قبول}$$

$$f(1) = -4 \text{ مینیمم مطلق}$$

$$f(0) = 0$$

$$f(2) = 22 \text{ ماکزیمم مطلق}$$

$$\gamma h + \gamma r + \pi r = \hat{r} \Rightarrow h = \frac{\hat{r} - \gamma r - \pi r}{\gamma}$$

$$S(r) = \hat{r}r - \gamma r^2 - \frac{1}{\gamma}\pi r^2 \Rightarrow S'(r) = \hat{r} - 2\gamma r - \pi r \Rightarrow \hat{r} - 2\gamma r - \pi r = 0 \Rightarrow r = \frac{\hat{r}}{\gamma + \pi}$$

r	$\frac{\hat{r}}{\gamma + \pi}$		
S'	+	○	-
S	↗ ↘		

$$h = \frac{\hat{r} - (\gamma + \pi) \frac{\hat{r}}{\gamma + \pi}}{\gamma} = \frac{\hat{r}}{\gamma + \pi}$$

$$f'(x) = -\hat{r}x^2 + \hat{r} = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

x	-1			1	
f'	-	○	+	○	-
f	↘ ↗ ↘				

پس تابع در بازه $[-1, 1]$ صعودی اکید است.

۹ درست

۱۰ d مینیمم مطلق

c ماکزیمم مطلق

c ماکزیمم نسبی

b مینیمم نسبی

۱۱ نادرست

$$x - y = 10$$

$$p = xy = x(x - 10) = x^2 - 10x$$

$$p'(x) = 2x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5, y = -5$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx \Rightarrow b = -3$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 8 + (-12) + d = 1 \Rightarrow d = 5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مشتق سهمی، تابع خطی (غیرثابت) است. چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس f' محور x ها را در ناحیه $x < 0$ قطع می‌کند.

x	$x_S < 0$	
f	نزولی	صعودی
f'	-	+

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$y = 8 - x \Rightarrow S(x) = -x^2 + 8x \Rightarrow S'(x) = -2x + 8 = 0$$

$$x = 4, y = 4$$

۱۵

$$f'(x) = 3x^2 - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} x = 2, x = -2$$

اکیداً صعودی $(2, +\infty), (-\infty, -2)$

۱۶

x	-2	2
f'	+	-
f	↗	↘

۱۷ درست

$$f(1) = 2 \Rightarrow a - b = 1$$

$$\begin{cases} f'(x) = 3x^2 + a \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow 3 + a = 0 \Rightarrow a = -3, b = -4$$

۱۸

۱۹ ماکزیم نسبی

$$p = xy = 5x^2 - 10x \Rightarrow p'(x) = 0 \Rightarrow 10x - 10 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$y = -5$$

۲۰

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3, x = -1$$

۲۱

x	-1	3
f'	+	-
f	↗	↘
	max	min
	$\frac{7}{3}$	$-\frac{25}{3}$

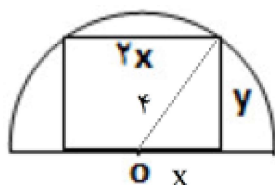
۲ (ت)

۴ (پ)

۴- (ب)

۲۲ الف) ۸

۲۳ نادرست



$$y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2})$$

$$S'(x) = \frac{32 - 2x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{4}, y = \sqrt{4}$$

۲۴

طول $\sqrt{4}$ و عرض $\sqrt{4}$ است.

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران



باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش مازندران

معاونت آموزش متوسطه

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

کانال گام نهایی مازندران (شاد) <http://shad.ir/motnazarimazand>

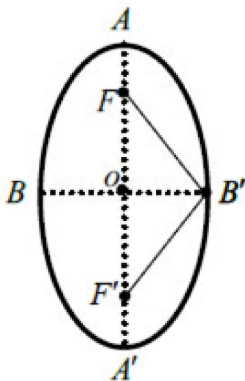
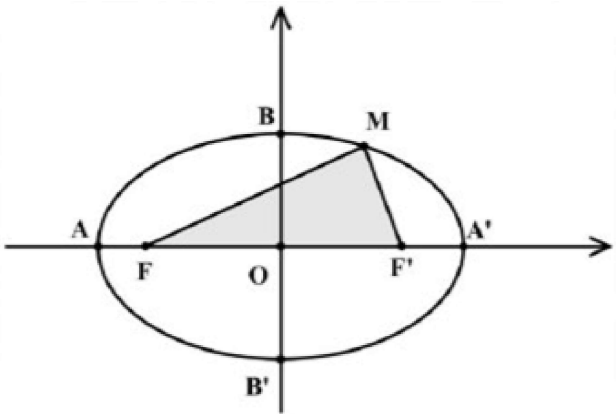
نام درس: ریاضی ۳

پایه: دوازدهم

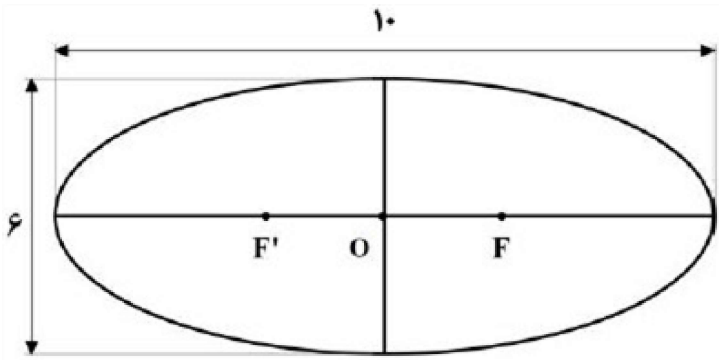
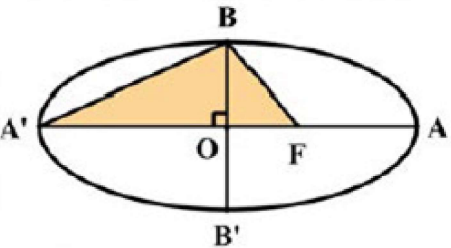
رشته: علوم تجربی

ردیف	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	بارم
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:
لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید					
۱	ریاضی 3 (فصل 6) سوال ۱۷ معادله دایره‌ای به صورت $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ است، مختصات مرکز این دایره را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				
۲	معادله قطر کانونی یک بیضی، $y = -1$ و معادله قطر کوچک، $x = 2$ است. اگر طول قطرهای بزرگ و کوچک به ترتیب ۱۲ و ۸ واحد باشند، مرکز بیضی و فاصله کانونی را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				
۳	وضعیت خط $3x + 4y = 0$ را نسبت به دایره به معادله $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$ مشخص کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲				
۴	مختصات دو سر قطر بزرگ یک بیضی نقاط $(1, -2)$ و $(1, 6)$ است. اگر خروج از مرکز این بیضی $\frac{1}{2}$ باشد، فاصله کانونی آن را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲				
۵	جمله‌ی زیر را کامل کنید. اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲				
۶	اگر دو دایره به معادله‌های $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ و $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = m^2$ مماس خارج باشند، مقدار m را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خرداد ماه ۱۴۰۲				

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

	در بیضی مقابل کانون‌ها به مختصات $F(1, 5)$ و $F'(1, 1)$ و یک رأس قطر بزرگ آن $A(1, 6)$ می‌باشد: (الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. (ب) معادله قطر کوچک بیضی را بنویسید. (پ) مساحت مثلث $B'FF'$ را به دست آورید.	۷
 سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲		۸
معادله گسترده یک دایره به شکل $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$ است. مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱		۹
اگر در بیضی مقابل مختصات کانون $F'(4, 0)$ و مختصات رأس $B(0, 3)$ باشد: (الف) قطر بزرگ بیضی را بیابید. (ب) محیط مثلث $\triangle MFF'$ را بیابید.	 سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۱۰
معادله گسترده دایره $C(O, R)$ به شکل $x^2 + y^2 + 2y - 4x - 4 = 0$ است. (الف) مختصات مرکز و شعاع دایره C را محاسبه کنید. (ب) آیا نقطه $A(0, 3)$ روی محیط دایره C قرار دارد؟ چرا؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱		

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

	در بیضی زیر فاصله کانونی را محاسبه کنید. (F و F' کانون‌های بیضی هستند).  سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۱۱
	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. - شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می‌شود، آن نامیده می‌شود. سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۱۲
	معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز آن $(۱, ۴)$ و بر خط $۳x + ۴y = -۱$ مماس باشد. سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۱۳
	اگر طول قطر بزرگ AA' و قطر کوچک BB' بیضی مقابل به‌ترتیب ۱۰ و ۸ باشد: الف) مقدار $A'F$ را به دست آورید. (F کانون بیضی است) ب) مساحت مثلث هاشورخورده $(\triangle BFA')$ چقدر است؟  سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۱۴
	کدامیک از نقاط زیر روی محیط دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ قرار دارد؟ (۱) $(۰, ۰)$ (۲) $(۱, ۰)$ (۳) $(۰, -۱)$ (۴) $(-۱, ۰)$ سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۱۵
	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. - خروج از مرکز بیضی با قطر بزرگ ۸ و فاصله کانونی ۶ برابر است. سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۱۶
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول آن، مخروط نام دارد. سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۱۷

$$\Rightarrow O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{6}{2}\right) = (1, 3)$$

۱

مرکز بیضی محل برخورد قطر کانونی و قطر کوچک است، پس: $O(2, -1)$

۲

$$AA' = 2a = 12 \Rightarrow a = 6$$

با توجه به اینکه $AA' = 12$ و $BB' = 8$ ، بنابراین:

$$BB' = 2b = 8 \Rightarrow b = 4$$

$$c^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow c = 2\sqrt{5} \Rightarrow FF' = 2c = 4\sqrt{5}$$

همچنین:

$$O(2, -2), r = 3, d = \frac{|3 \times 2 + 2(-2)|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{2}{5}$$

۳

چون شعاع دایره بزرگتر از فاصله مرکز دایره تا خط می‌باشد، پس خط و دایره متقاطع هستند.

$$2a = 8 \Rightarrow a = 4, \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow c = 2 \Rightarrow FF' = 2c = 4$$

۴

دایره

۵

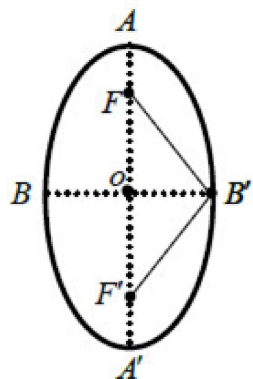
$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0 : O(-1, 2), r = 2$$

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = m^2 : O'(2, -1), r' = m$$

$$OO' = 3\sqrt{2}$$

$$OO' = r + r' \Rightarrow m + 2 = 3\sqrt{2} \Rightarrow m = 3\sqrt{2} - 2$$

۶



$$\text{الف) } FF' = 4, O(1, 3)$$

$$\text{ب) } y = 3$$

$$\text{پ) } OB' = \sqrt{OA^2 - OF^2} = \sqrt{5}$$

$$S = \frac{1}{2} OB' \times FF' = 2\sqrt{5}$$

۷

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (-1, -1), r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \sqrt{10}$$

۸

$$\text{الف) } \begin{cases} b = 3 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 2a = 10$$

۹

$$\text{ب) محیط} = 2a + 2c = 18$$

$$\text{الف) } O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (2, -1), R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 3$$

۱۰

ب) خیر زیرا: $(0)^2 + (3)^2 + 2(3) - 4(0) - 4 \neq 0$

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$a^r = b^r + c^r \xrightarrow{a=5, b=3} c = 4 \Rightarrow FF' = 8$$

۱۱

سطح مقطع

۱۲

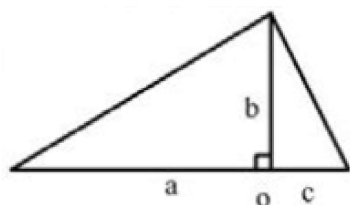
$$r = \frac{|3 \times 1 + 4(4) + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-4)^2 = 16$$

۱۳

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad a &= 5 \\ b &= 4 \Rightarrow c^2 = 25 - 16 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow A'F = 8 \end{aligned}$$

۱۴

(ب)



$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}(5+3) \times 4 = 16$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۵

$$O \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \end{vmatrix}, R = \sqrt{1+4-1} = \sqrt{4} = 2$$

$$A \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} \Rightarrow OA = \sqrt{(1-1)^2 + (0+2)^2} = 2 \Rightarrow OA = R$$

$\frac{3}{4}$

۱۶

نادرست

۱۷

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴



باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش مازندران

معاونت آموزش متوسطه

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

کانال گام نهایی مازندران (شاد) <http://shad.ir/motnazarimazand>

نام درس: ریاضی ۳

پایه: دوازدهم

رشته: علوم تجربی

نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:
ردیف	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید				
	ریاضی 3 (فصل 7) سوال 11				
۱	فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۴۵ درصد مرد و ۵۵ درصد زن باشد و شیوع یک بیماری ویروسی به ترتیب در این دو دسته ۴ درصد و ۶ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری موردنظر مبتلا است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲				
۲	دو جعبه داریم. درون یکی از آنها ۹ لامپ سالم و ۳ لامپ معیوب قرار دارد و درون جعبه دیگر ۱۵ لامپ قرار دارد که ۵ تای آنها معیوب است. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن بیرون می‌آوریم چقدر احتمال دارد لامپ موردنظر سالم باشد؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲				
۳	جمله‌ی زیر را کامل کنید. هرگاه برای دو پیشامد A و B داشته باشیم $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ آن‌گاه دو پیشامد A و B، هستند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲				
۴	مدرسه A سه برابر مدرسه B دانش‌آموز دارد. ۳۵ درصد دانش‌آموزان مدرسه A و ۱۵ درصد دانش‌آموزان مدرسه B معدلی بالای ۱۸ دارند، اگر همه دانش‌آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آن‌ها را انتخاب کنیم: (الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه A و با چه احتمالی از مدرسه B است؟ (ب) با چه احتمالی فرد انتخابی، معدلی بالای ۱۸ دارد؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خرداد ماه ۱۴۰۲				
۵	در جای خالی عبارت مناسب را قرار دهید. اگر A مجموعه اعداد طبیعی اول و B مجموعه اعداد طبیعی مرکب و $C = \dots$ باشند، آنگاه A، B و C یک افزاز روی مجموعه اعداد طبیعی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خرداد ماه ۱۴۰۲				
۶	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی است. از ظرف اول مهره‌ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱				

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۷	چهار ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۰ مهره قرار دارد که ۶ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم همه مهره‌ها قرمزند. در ظرف سوم ۱۲ مهره قرار دارد که ۴ تای آنها قرمز هستند. و در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم، احتمال اینکه مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۸	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول مهره‌ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم، سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۹	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. الف) اگر دوره تناوب تابع $y = \sin bx$ برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد، مقدار b برابر است. ب) دامنه تابع $y = \tan(x)$ برابر است. پ) اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2 + x}{2x^2 + 3} = 7$ آنگاه m برابر عدد است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۰	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) اگر $f(x) = 2x^3 - 1$ باشد، حاصل $f^{-1}(15)$ برابر است. ب) حاصل حد تابع $f(x) = \frac{2x^2}{3x^2 - 1}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ میل می‌کند برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۱۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) تابع $y = 1 + x(1 - x^2)$ یک تابع چند جمله‌ای از درجه سوم است. ب) نمودار تابع $y = x^2$ در بازه $(0, 1)$ پایین‌تر از، نمودار تابع $y = x^3$ است. پ) هر تابع یکنوا، یک به یک است. ت) مقدار عددی عبارت $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$p = (0/45 \times 0/04) + (0/55 \times 0/06) = 0/051$$

۱

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(C)P(A|C) = \frac{1}{2} \times \frac{9}{13} + \frac{1}{2} \times \frac{10}{15} = \frac{17}{24}$$

۲

به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.

مستقل

۳

الف) $P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{3}{4}$

۴

ب) $P(C) = P(A)P(C|A) + P(B)P(C|A) = \frac{1}{4} \times \frac{35}{100} + \frac{3}{4} \times \frac{15}{100} = \frac{1}{5}$

به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.

{۱}

۵

$$P(A) = P(B_{\downarrow})P(B_{\downarrow}|A) + P(B_{\uparrow})P(B_{\uparrow}|A)$$

۶

$$P(A) = \frac{5}{8} \times \frac{5}{11} + \frac{3}{8} \times \frac{6}{11} = \frac{37}{88}$$

به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.

$$P(R) = P(A_{\downarrow})P(R|A_{\downarrow}) + P(A_{\uparrow})P(R|A_{\uparrow}) + P(A_{\uparrow})P(R|A_{\uparrow}) + P(A_{\uparrow})P(R|A_{\uparrow})$$

۷

$$\Rightarrow P(R) = \frac{1}{4} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times \frac{6}{12} + \frac{1}{4} \times 0 = \frac{29}{60}$$

حل به روش نمودار درختی نمره کامل تعلق گیرد.

$$P(A) = P(B_{\downarrow})P(A|B_{\downarrow}) + P(B_{\uparrow})P(A|B_{\uparrow})$$

۸

$$P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{6}{13} + \frac{4}{10} \times \frac{5}{13} = \frac{56}{130}$$

حل به روش نمودار درختی نمره کامل تعلق گیرد.

الف) $b = \pm 6$ (ص ۲۷)

۹

ب) $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ (ص ۳۲)

$m = 14$ (ص ۶۶)

ب) $\frac{2}{3}$

الف) ۲

۱۰

ت) درست

پ) نادرست

ب) نادرست

الف) درست

۱۱